

ЭКЗАМЕНАЦИОННАЯ ПРОГРАММА по курсу «Кратные интегралы и теория поля»

2 курс, 3 семестр (кроме ФОПФ и ФИВТ) 2019-2020 уч.г.

1. *Кроме потока Я.М. Дымарского и Е.Ю. Редкозубовой*: теорема о неявной функции, заданной одним уравнением. Теорема о системе неявных функций (без доказательства). Локальная обратимость отображения пространств одинаковой размерности с ненулевым якобианом.

Поток Я.М. Дымарского и Е.Ю. Редкозубовой: теорема о неявном отображении. Теорема об обратном отображении (без доказательства).
2. Экстремумы функций многих переменных: необходимые условия, достаточные условия. Условный (относительный) экстремум функции многих переменных при наличии связей, исследование при помощи функции Лагранжа. Необходимые условия. Достаточные условия (*для потока Е.Ю. Редкозубовой без доказательства*).
3. Кратный интеграл Римана. Критерии интегрируемости. Интегрируемость функции, непрерывной на измеримом компакте.

Потоки Я.М. Дымарского и Е.Ю. Редкозубовой: интегрируемость функции, непрерывной всюду, кроме множества жордановой меры ноль.

Линейность интеграла, аддитивность интеграла по множествам, интегрирование неравенств.

Поток Л.Н. Знаменской: непрерывность интеграла по множеству.

Поток Е.Ю. Редкозубовой: измеримость подграфика неотрицательной интегрируемой функции.

Поток Я.М. Дымарского: измеримость элементарного множества.

Сведение кратного интеграла к повторному.
4. Формула Грина.
5. *Поток С.А. Гриценко*: геометрический смысл модуля якобиана отображения. Теорема о замене переменных в кратном интеграле.

Поток Я.М. Дымарского: связь меры образа множества с мерой самого множества при движении (без доказательства), геометрический смысл определителя; геометрический смысл модуля и знака якобиана отображения. Теорема о замене переменных в кратном интеграле.

Поток Л.Н. Знаменской: связь меры образа множества с мерой самого множества при отображении с ненулевым якобианом; геометрический смысл модуля и знака якобиана отображения. Теорема о замене переменных в кратном интеграле.

Поток Е.Ю. Редкозубовой: теорема о преобразовании меры при простейшем диффеоморфизме. Теорема о замене переменных в кратном интеграле.
6. *Поток С.А. Гриценко*: гладкая поверхность. Допустимая замена параметров. Касательная плоскость и нормаль к поверхности. Поверхностный интеграл первого рода. Независимость выражения интеграла через параметризацию поверхности от допустимой замены параметров. Площадь поверхности. Ориентация гладкой поверхности. Поверхностный интеграл второго рода, выражение через параметризацию поверхности. Кусочно-гладкие поверхности и интегралы по ним.

Поток Я.М. Дымарского: простая гладкая n -мерная поверхность. Допустимая замена параметров. Неявное задание n -мерной поверхности. Касательное и нормальное пространства к поверхности. Поверхностный интеграл первого рода. Независимость выражения интеграла через параметризацию поверхности от допустимой замены параметров. Площадь поверхности. Ориентация простой гладкой поверхности. Поверхностный интеграл второго рода, выражение через параметризацию поверхности. Кусочно-гладкие поверхности и интегралы по ним.

Поток Л.Н. Знаменской: элементарное гладкое многообразие, его связь с простой гладкой поверхностью. Гладкое многообразие, гладкое многообразие с краем. Связь понятий границы множества и края многообразия. Простая гладкая поверхность. Допустимая замена параметров. Касательная плоскость и нормаль к поверхности. Поверхностный интеграл первого рода. Независимость выражения интеграла через параметризацию поверхности от допустимой замены параметров. Площадь поверхности. Ориентация простой гладкой поверхности. Поверхностный интеграл второго рода, выражение через параметризацию поверхности. Кусочно-гладкие поверхности и интегралы по ним.

Поток Е.Ю. Редкозубовой: простая гладкая поверхность, регулярная поверхность. Задание регулярной поверхности уравнением. Теорема о замене параметров. Касательная плоскость и нормаль к поверхности. Поверхностный интеграл первого рода. Независимость значения интеграла от выбора параметризации. Площадь поверхности. Ориентация регулярной поверхности. Ориентируемость регулярной поверхности, заданной уравнением. Поверхностный интеграл второго рода, выражение через параметризацию поверхности. Кусочно-гладкие поверхности и интегралы по ним.

7. Формула Гаусса–Остроградского. Дивергенция векторного поля и ее геометрическое определение. Соленоидальные векторные поля. Связь соленоидальности с обращением в нуль дивергенции поля.
8. Формула Стокса. Ротор векторного поля и его геометрическое определение. Потенциальные векторные поля. Условия независимости криволинейного интеграла второго рода от пути интегрирования. Связь потенциальности с обращением в нуль ротора векторного поля.
9. *Поток Я.М. Дымарского:* теорема о неподвижной точке сжимающего отображения.