

ЭКЗАМЕНАЦИОННАЯ ПРОГРАММА

по курсу «Аналитическая геометрия»

1 курс, осенний семестр, 2018/2019 уч.г.

(ФОПФ)

(Поток Кожевникова П.А.)

I. Введение.

Матрицы и детерминанты малых размеров. Системы линейных уравнений. Множества. Логика. Индукция.

II. Векторы и декартовы системы координат (ДСК) на плоскости и в пространстве.

1. Линейные операции с векторами и их свойства. Линейно зависимые и независимые системы векторов. Связь между линейной зависимостью, коллинеарностью и компланарностью векторов. Базис, координаты вектора в базисе. Изменение координат при замене базиса.

2. Скалярное произведение, его свойства. Проекция вектора на направление. Выражение скалярного произведения в ортонормированном и произвольном базисе. Вычисление длины вектора и угла между векторами.

3. Левые и правые тройки векторов. Ориентированный объём параллелепипеда (смешанное произведение). Свойства смешанного произведения. Выражение смешанного произведения в произвольном базисе. Критерий компланарности.

4. Векторное произведение, его свойства, выражение в правом ортонормированном базисе. Вычисление площадей, перпендикуляр к паре векторов. Двойное векторное произведение.

5. Общая декартова система координат, прямоугольная система координат. Замена декартовой системы координат, формулы перехода. Полярная, цилиндрическая, сферическая системы координат.

III. Многочлены-1.

1. $\mathbb{R}[X]$. Степень многочлена. Сложение, умножение, деление с остатком.

2. Корни многочлена. Теорема Безу. Кратность корня, число корней с учетом кратности не превосходит степени. Формальное и функциональное равенство многочленов. Теорема Виета.

3. Многочлены от нескольких переменных. Степень, ее инвариантность относительно линейной замены. Лемма о старшем члене.

4. Понятие уравнения множества. Алгебраические множества (линии и поверхности); пересечение и объединение алгебраических множеств.

Порядок, сохранение порядка при переходе к другой системе координат. Пересечение алгебраического множества с прямой и с плоскостью.

IV. Системы координат. Прямые и плоскости. Эллипс, гиперболы, парабола. Поверхности.

1. Прямая на плоскости, различные способы задания, их эквивалентность. Линейное неравенство. Пучок прямых. Формула расстояния от точки до прямой.

2. Плоскость в пространстве, различные способы задания, их эквивалентность. Взаимное расположение двух и трех плоскостей. Линейное неравенство. Пучок плоскостей. Формула расстояния от точки до плоскости.

3. Прямая в пространстве, различные способы задания, их эквивалентность. Взаимное расположение двух прямых. Формулы для расстояния от точки до прямой (в пространстве) и между скрещивающимися прямыми.

4. Эллипс, гипербола, парабола, их канонические уравнения. Теоремы о фокусах и директрисах. Касательные. Оптическое свойство.

5. Цилиндрические, конические поверхности, поверхности вращения. Эллипсоиды, гиперболоиды, параболоиды. Прямолинейные образующие.

V. Матрицы. Элементарные преобразования.

1. Сложение матриц, умножение матрицы на число. Транспонирование. След матрицы.

2. Линейные комбинации, линейная оболочка систем векторов столбцов (или матриц). Линейная зависимость. Ранг. Базисная подсистема.

Основная теорема о рангах. Стандартный и треугольный базис в \mathbb{R}^n . Строчный и столбцовый ранг матрицы. Оценка ранга суммы матриц.

3. Умножение матриц, его свойства. Суммирование, его тензорная запись. Отсутствие коммутативности умножения. Единичная матрица. Обратимые матрицы. Ранг произведения.

4. Элементарные преобразования строк и столбцов. Элементарные матрицы. Приведение матрицы к ступенчатому и упрощенному (улучшенному ступенчатому) виду методом Гаусса.

5. Элементарные преобразования строк не меняют линейных соотношений между столбцами. Инвариантность строчного и столбцового

