

Экзаменационная программа
по курсу «Теория функций комплексного переменного»
3 курс, 5 семестр 2020/21 уч. год
(ФАКТ)

(Поток Хасанова А.А.)

1. Понятия производной и комплексной дифференцируемости функций комплексного переменного. Критерий дифференцируемости в точке. Понятие голоморфной функции.
2. Определение интеграла по кривой от функции комплексного переменного. Основные свойства интегралов. Первообразная функции и полный дифференциал, их связь с интегралом, не зависящим от формы кривой.
3. Интегральная теорема Коши для функции, непрерывно-дифференцируемой в односвязной области. Лемма Гурса.
4. Интегральная формула Коши.
5. Интеграл Коши. Теорема о дифференцировании интеграла Коши. Бесконечная дифференцируемость голоморфных функций.
6. Теорема Мореры. Теорема о стирании разреза.
7. Степенной ряд и круг его сходимости. Ряд Тейлора. Разложение голоморфной функции в степенной ряд.
8. Теоремы Вейерштрасса. Голоморфность суммы степенного ряда.
9. Понятие ряда Лорана и его кольцо сходимости. Разложение в ряд Лорана функции, голоморфной в кольце.
10. Теорема единственности голоморфной функции.
11. Классификация изолированных особых точек однозначного характера по структуре главной части лорановского разложения.
12. Теорема Сохоцкого
13. Понятие целой функции. Вид целой функции, модуль которой ограничен на бесконечности степенью модуля аргумента. Теорема Лиувилля.
14. Понятие вычета. Теорема Коши о вычетах. Вычисление вычетов.
15. Теорема об обратной функции.
16. Понятие многозначной функции и ее ветвей. Приращение аргумента z вдоль гладкого контура, его интегральное представление и свойства.
17. Критерий выделения регулярной ветви многозначной функции $Lnf(z)$.
18. Принцип аргумента. Теорема Руше. Теорема Гаусса.
19. Мероморфные функции. Теорема о разложении мероморфной функции в ряд простейших дробей.
20. Аналитическая функция. Особые точки аналитической функции. Теорема Коши-Адамара.
21. Лемма об открытости. Принцип сохранения области. Однолиственность и многолиственность в малом.
22. Понятие конформного отображения в области на комплексной плоскости. Критерий конформности в точке.

23. Понятие конформного отображения в расширенной комплексной плоскости. Примеры построения конформного отображения полуплоскости на единичный круг и единичного круга на себя.
24. Дробно-линейная функция и ее свойства: 1) конформность; 2) образы окружности и прямой; 3) образы симметричных точек; 4) отображение трех различных точек в три различные точки.
25. Функция Жуковского и ее свойства: 1) конформность; 2) образы лучей и окружностей.
26. Конформные отображения, осуществляемые степенной и экспоненциальной функциями.
27. Гармонические функции двух переменных. Их связь с голоморфными функциями. Принцип максимума и минимума гармонической функции.
28. Принцип максимума модуля голоморфной функции. Лемма Шварца.
29. Общий вид конформного отображения единичного круга на себя.
30. Теорема Римана о существовании конформного отображения (без доказательства). Теорема о единственности конформного отображения в условиях теоремы Римана.
31. Интеграл Пуассона, его свойства и связь с решением задачи Дирихле для уравнения Пуассона в круге.
32. Теорема о конформной инвариантности. Существование решения классической задачи Дирихле для уравнения Пуассона на плоскости.