

ЭКЗАМЕНАЦИОННАЯ ПРОГРАММА
по курсу «Теория функций комплексного переменного»
3 курс, 5 семестр, 2021/2022 уч.г., (ФРТК, ФИВТ)
(Поток Бунакова А.Э.)

1. Дифференцирование функции по комплексному переменному. Критерий дифференцируемости в точке. Регулярные функции, их связь с гармоническими функциями.
2. Теорема об обратной функции.
3. Интеграл по кривой от функции комплексного переменного, его основные свойства. Почленное интегрирование функционального ряда.
4. Интегральная теорема Коши для односвязной области и для области с простой границей.
5. Интегральная формула Коши.
6. Степенные ряды. Теорема Абеля. Дифференцирование степенного ряда в круге его сходимости. Ряд Тейлора.
7. Интеграл типа Коши. Представление регулярной функции степенным рядом, ее бесконечная дифференцируемость.
8. Первообразная, условия ее существования. Формула Ньютона-Лейбница. Теорема Мореры.
9. Локально равномерная сходимость функциональных последовательностей и рядов. Теоремы Вейерштрасса.
10. Ряд Лорана и его кольцо сходимости. Разложение в ряд Лорана функции регулярной в кольце. Неравенства Коши для коэффициентов ряда.
11. Теорема единственности для регулярных функций.
12. Классификация изолированных особых точек однозначного характера по структуре главной части лорановского разложения. Теорема Сохоцкого.
13. Теорема Коши о вычетах для области с простой границей. Вычисление вычетов.
14. Вычисление несобственных интегралов вида

$$\int_{-\infty}^{+\infty} R(x)dx, \quad \int_{-\infty}^{+\infty} R(x)e^{iax}dx,$$

где $R(x)$ – рациональная функция, с помощью вычетов. Лемма Жордана.

15. Приращение аргумента z и аргумента регулярной функции $f(z)$ вдоль гладкого контура. Интегральное представление, свойства.
16. Главные регулярные ветви многозначных функций $\operatorname{Ln} z$ и $\{\sqrt[n]{z}\}$.
17. Целые функции. Вид целой функции, модуль которой ограничен на бесконечности степенью модуля аргумента. Теорема Лиувилля и ее применение для доказательства основной теоремы алгебры.

18. Принцип аргумента. Теорема Руше и ее применение для доказательства основной теоремы алгебры.
19. Теорема о локальной структуре отображения. Принцип сохранения области.
20. Однолистные функции. Отображения конформные в области, лежащей в расширенной комплексной плоскости, их основные свойства.
21. Дробно-линейная функция и ее свойства: 1) конформность; 2) образы прямых и окружностей.
22. Дробно-линейная функция и ее свойства: 1) симметричные точки, 2) общий вид конформных отображений единичного круга на себя и верхней полуплоскости на единичный круг.
23. Функция Жуковского и её свойства:) конформность; 2) образы лучей и окружностей.
24. Конформные отображения, осуществляемые степенной и экспоненциальной функциями.
25. Теорема Римана о существовании и единственности конформного отображения (без доказательства). Принцип соответствия границ.