

Экзаменационная программа
по курсу «Теория функций комплексного переменного»
3 курс, 5 семестр 2021/22 уч. год
(ФАКТ)

(Поток Хасанова А.А.)

1. Понятия производной и комплексной дифференцируемости функций комплексного переменного. Критерий дифференцируемости в точке. Понятие голоморфной функции.
2. Определение интеграла по кривой от функции комплексного переменного. Основные свойства интегралов. Первообразная функции и полный дифференциал, их связь с интегралом, не зависящим от формы кривой.
3. Интегральная теорема Коши. Лемма Гурса.
4. Интегральная формула Коши.
5. Интеграл Коши. Теорема о дифференцировании интеграла Коши. Бесконечная дифференцируемость голоморфных функций.
6. Теорема Мореры. Теорема о стирании разреза.
7. Степенной ряд и круг его сходимости. Ряд Тейлора. Разложение голоморфной функции в степенной ряд.
8. Теоремы Вейерштрасса. Голоморфность суммы степенного ряда.
9. Понятие ряда Лорана и его кольцо сходимости. Разложение в ряд Лорана функции, голоморфной в кольце.
10. Теорема единственности голоморфной функции.
11. Классификация изолированных особых точек однозначного характера по структуре главной части лорановского разложения.
12. Теорема Сохоцкого. Теорема Пикара с примерами (без доказательства)
13. Понятие целой функции. Вид целой функции, модуль которой ограничен на бесконечности степенью модуля аргумента. Теорема Лиувилля.
14. Понятие вычета. Теорема Коши о вычетах. Вычисление вычетов.
15. Теорема об обратной функции.
16. Понятие многозначной функции и ее ветвей. Выделение непрерывно дифференцируемой ветви многозначной функции $\text{Arg}(z)$.
17. Приращение аргумента z вдоль гладкого контура, его интегральное представление и свойства.
18. Критерий выделения регулярной ветви многозначной функции $\text{Ln}f(z)$.
19. Принцип аргумента. Теорема Руше. Теорема Гаусса.
20. Мероморфные функции. Теорема о разложении мероморфной функции в ряд простейших дробей.
21. Аналитическая функция. Особые точки аналитической функции. Теорема Коши-Адамара.
22. Лемма об открытости. Принцип сохранения области. Однолиственность и многолиственность в малом.
23. Понятие конформного отображения в области на комплексной плоскости. Критерий конформности в точке.

24. Понятие конформного отображения в расширенной комплексной плоскости. Примеры построения конформного отображения полуплоскости на единичный круг и единичного круга на себя.
25. Дробно-линейная функция и ее свойства: 1) конформность; 2) образы окружности и прямой; 3) образы симметричных точек; 4) отображение трех различных точек в три различные точки.
26. Функция Жуковского и ее свойства: 1) конформность; 2) образы лучей и окружностей.
27. Конформные отображения, осуществляемые степенной и экспоненциальной функциями.
28. Гармонические функции двух переменных. Их связь с голоморфными функциями. Принцип максимума и минимума гармонической функции.
29. Принцип максимума модуля регулярной функции. Лемма Шварца.
30. Интеграл Пуассона, его свойства и связь с решением классической задачи Дирихле для уравнения Пуассона в круге.
31. Теорема о конформной инвариантности. Существование решения классической задачи Дирихле для уравнения Пуассона на плоскости.