

ЭКЗАМЕНАЦИОННАЯ ПРОГРАММА
по курсу «Теория функций комплексного переменного»
3 курс, 5 семестр, 2020/2021 уч.г., (ФРТК, ФИВТ)
(Поток Бунакова А.Э.)

1. Понятие производной и дифференцируемости функций по комплексному переменному. Критерий дифференцируемости в точке. Понятие функции, регулярной в области.
2. Теорема об обратной функции.
3. Понятие интеграла по кривой от функции комплексного переменного. Основные свойства интегралов. Интегральная теорема Коши для регулярной функции в односвязной области.
4. Интегральная формула Коши.
5. Интеграл типа Коши. Теорема о дифференцировании интеграла типа Коши. Бесконечная дифференцируемость регулярных функций.
6. Степенной ряд и круг его сходимости. Ряд Тейлора. Разложение регулярной функции в степенной ряд.
7. Теоремы Вейерштрасса. Регулярность суммы степенного ряда.
8. Понятие ряда Лорана и его кольцо сходимости. Разложение в ряд Лорана функции, регулярной в кольце.
9. Теорема единственности регулярной функции.
10. Понятие первообразной. Необходимое и достаточное условие существования первообразной для непрерывной функции.
11. Теорема Морера. Формула Ньютона–Лейбница.
12. Классификация изолированных особых точек однозначного характера по структуре главной части лорановского разложения. Теорема Сохоцкого.
13. Понятие вычета. Теорема Коши о вычетах. Вычисление вычетов.
14. Вычисление несобственных интегралов вида

$$\int_{-\infty}^{+\infty} R(x)dx, \quad \int_{-\infty}^{+\infty} R(x)e^{iax}dx,$$

где $R(x)$ – рациональная функция, с помощью вычетов. Лемма Жордана.

15. Приращение аргумента z и аргумента регулярной функции $f(z)$ вдоль гладкого контура. Интегральное представление, свойства.
16. Главные регулярные ветви многозначных функций $\operatorname{Ln} z$ и $\{\sqrt[n]{z}\}$.
17. Понятие целой функции. Вид целой функции, модуль которой ограничен на бесконечности степенью модуля аргумента. Теорема Лиувилля.
18. Принцип аргумента. Теорема Руше. Основная теорема алгебры.

19. Теорема о локальной структуре отображения. Принцип сохранения области.
20. Понятие конформного отображения в расширенной комплексной плоскости. Свойства конформных отображений. Принцип соответствия границ.
21. Дробно-линейная функция и её свойства: 1) конформность; 2) образы прямых и окружностей.
22. Дробно-линейная функция и её свойства: симметричные точки.
23. Функция Жуковского и её свойства: 1) конформность; 2) образы лучей и окружностей.
24. Конформные отображения, осуществляемые степенной и экспоненциальной функциями.
25. Теорема Римана о существовании и единственности конформного отображения (без доказательства). Общий вид конформного отображения единичного круга на себя и верхней полуплоскости на единичный круг.