

ЭКЗАМЕНАЦИОННАЯ ПРОГРАММА
по курсу «Теория групп»
2 курс, 3 семестр (Поток Штепина В.В.)

1. Понятие группы. Примеры. Циклические группы и их подгруппы.
2. Смежные классы по подгруппе, их свойства, индекс подгруппы. Теорема Лагранжа.
3. Нормальные подгруппы, факторгруппа. Гомоморфизмы групп, ядро и образ гомоморфизма. Основная теорема о гомоморфизмах групп.
4. Произведение нормальной подгруппы на подгруппу, первая теорема об изоморфизмах.
5. Подгруппы факторгруппы. Теорема о соответствии между подгруппами факторгруппы и исходной группы.
6. Действия группы на множестве. Орбиты действия, стабилизаторы (стационарные подгруппы). Формула орбит.
7. Примеры действия группы на множестве. Теорема Кэли о подгруппах симметрической группы. Центризатор элемента, нормализатор подгруппы.
8. Лемма Бернсайда о среднем количестве неподвижных элементов.
9. Внешнее и внутреннее прямое произведение групп. Критерий разложимости группы в прямое произведение. Полупрямое произведение групп. Теорема о разложимости группы в полупрямое произведение.
10. Группа автоморфизмов, подгруппа внутренних автоморфизмов.
11. Центр группы. Нециклическость факторгруппы по центру. Центр p -группы.
12. Разрешимые группы. Эквивалентность трех определений. Связь с разрешимостью подгрупп и факторгрупп. Нильпотентные группы. Связь между нильпотентностью и разрешимостью.
13. Простые группы. Простота групп A_n , ($n \geq 5$).
14. Свободная группа, ее факторгруппы. Задание группы образующими и определяющими соотношениями.
15. Существование в p -группе подгрупп любых допустимых порядков.
16. Существование и количество силовских подгрупп (1-ая и 3-ья теоремы Силова).
17. Сопряженность силовских подгрупп (2-ая теорема Силова). Вложимость p -подгруппы в силовскую.
18. Свободные абелевы группы, их базисы и ранг. Конечная порожденность и свобода подгрупп.
19. Смитова нормальная форма целочисленной матрицы. Существование согласованных базисов в свободной абелевой группе и ее подгруппе. Классификация конечнопорожденных абелевых групп: существование разложения.
20. Периодическая часть абелевой группы. Классификация конечнопорожденных абелевых групп: единственность разложения.