

ЭКЗАМЕНАЦИОННАЯ ПРОГРАММА
по курсу «Кратные интегралы и теория поля»
2 курс, 3 семестр, ФИВТ, поток В.В. Редкозубова

1. Вычисление меры множества по мерам сечений (принцип Кавальери). Мера подграфика.
2. Теоремы Тонелли и Фубини.
3. Диффеоморфизмы открытых множеств в \mathbb{R}^n . Лемма об оценке меры образа измеримого множества^{*1}. Теорема о замене переменных в интеграле Лебега.
4. Теорема об обратной функции. Открытость гладкого отображения с ненулевым якобином.
5. Теорема о неявной функции.
6. Гладкие k -мерные поверхности в \mathbb{R}^n , эквивалентные способы описания (локальная тривиализация, локальное задание уравнениями). Эквивалентные способы описания гладких отображений на гладких поверхностях. Гладкость функций перехода.
7. Касательное пространство к гладкой поверхности. Дифференциал гладкого отображения.
8. Локальный экстремум. Необходимые условия, достаточные условия.
9. Условный локальный экстремум. Необходимые условия (метод множителей Лагранжа). Достаточные условия.
10. Интегрирование функций по гладким поверхностям. Корректность определения интеграла от неотрицательной σ -измеримой функции; σ -интегрируемые функции. Криволинейные и поверхностные интегралы I рода.
11. Алгебра σ -измеримых множеств. Поверхностная мера и интеграл по ней.
12. Интегрирование по сферам (формула коплощади). Поверхностная мера единичной сферы в \mathbb{R}^n .
13. Полилинейные (k -) формы. Тензорное произведение k -форм. Кососимметрические (внешние) k -формы. Оператор альтернирования. Внешнее произведение и его свойства. Внешнее произведение линейных функций. Базис в пространстве внешних k -форм.
14. Дифференциальные формы на открытых подмножествах \mathbb{R}^n , их гладкость. Внешний дифференциал и его свойства.
15. Обратный образ (перенос) дифференциальной формы. Перестановочность операций внешнего умножения, внешнего дифференцирования и обратного образа дифференциальных форм. Обратный образ как замена переменных.
- 16*. Топологические пространства. Индуцированная топология. База топологии.
17. Гладкие многообразия. Лемма о картах*. Гладкие отображения.
18. Касательное пространство к гладкому многообразию. Дифференциал гладкого отображения.
19. Гладкие многообразия с краем. Корректность определения краевой точки. Край многообразия. Задание многообразий с краем неравенствами.
20. Ориентируемые гладкие многообразия. Ориентируемость гладкой поверхности, заданной уравнением. Ориентируемость края ориентируемого многообразия.

¹Вопросы со звездочкой – без доказательства.

21. Лемма о гладком спуске с единицы. Гладкое разбиение единицы на компактном подмножестве гладкого многообразия.
22. Дифференциальные формы на гладких многообразиях. Внешний дифференциал формы, его независимость от выбора локальной системы координат (карты).
23. Интеграл от дифференциальной формы по гладкому многообразию. Криволинейные и поверхностные интегралы II рода.
24. Теорема Стокса. Частные случаи теоремы Стокса в \mathbb{R}^3 .
25. Лемма Пуанкаре. Потенциальные и соленоидальные векторные поля в \mathbb{R}^3 .