

ЭКЗАМЕНАЦИОННАЯ ПРОГРАММА

по курсу «Кратные интегралы и теория поля»

2 курс, 3 семестр (Для всех потоков, кроме ЛФИ(модернизированный) и ФИВТ)

1. *Кроме потока Я.М. Дымарского и Е.Ю. Редкозубовой.* Теорема о неявной функции, заданной одним уравнением. Теорема о системе неявных функций (без доказательства). Локальная обратимость отображения пространств одинаковой размерности с ненулевым якобианом. Эквивалентность норм в конечномерном вещественном линейном пространстве (*только для потока Н.А.Гусева*).

Поток Я.М. Дымарского и Е.Ю. Редкозубовой. Теорема о неявном отображении. Теорема об обратном отображении (без доказательства).
2. Экстремумы функций многих переменных: необходимые условия, достаточные условия. Условный (относительный) экстремум функции многих переменных при наличии связей, исследование при помощи функции Лагранжа. Необходимые условия. Достаточные условия (*для потока Е.Ю. Редкозубовой без доказательства*).
3. Кратный интеграл Римана. Критерии интегрируемости. Интегрируемость функции, непрерывной на измеримом компакте.

Потоки Я.М. Дымарского и Е.Ю. Редкозубовой. Интегрируемость функции, непрерывной всюду, кроме множества жордановой меры ноль.

Линейность интеграла, аддитивность интеграла по множествам, интегрирование неравенств.

Потоки Л.Н. Знаменской, Е.Ю. Редкозубовой. Непрерывность интеграла по множеству.

Поток Е.Ю. Редкозубовой. Измеримость подграфика.

Поток Я.М. Дымарского. Измеримость элементарного множества.

Сведение кратного интеграла к повторному.
4. Формула Грина.
5. *Поток Н.А.Гусева.* Геометрический смысл модуля якобиана отображения. Теорема о замене переменных в кратном интеграле.

Поток Я.М. Дымарского. Связь меры образа множества с мерой самого множества при движении (без доказательства), геометрический смысл определителя; геометрический смысл модуля и знака якобиана отображения. Теорема о замене переменных в кратном интеграле.

Поток Л.Н. Знаменской. Связь меры образа множества с мерой самого множества при отображении с ненулевым якобианом; геометрический смысл модуля и знака якобиана отображения. Теорема о замене переменных в кратном интеграле.

Поток Е.Ю. Редкозубовой. Теорема о преобразовании меры при простейшем диффеоморфизме. Теорема о замене переменных в кратном интеграле.
6. *Поток Н.А.Гусева.* Простая гладкая поверхность. Допустимая замена параметров. Касательная плоскость и нормаль к поверхности. Поверхностный интеграл первого рода. Независимость выражения интеграла через параметризацию поверхности от допустимой замены параметров. Площадь поверхности. Ориентация простой гладкой поверхности. Поверхностный интеграл второго рода, выражение через параметризацию поверхности. Кусочно-гладкие поверхности и интегралы по ним.

Поток Я.М. Дымарского. Простая гладкая n -мерная поверхность. Допустимая замена параметров. Неявное задание n -мерной поверхности. Касательное и нормальное пространства к поверхности. Поверхностный интеграл первого рода. Независимость выражения интеграла через параметризацию поверхности от допустимой замены параметров. Площадь поверхности.

Ориентация простой гладкой поверхности. Поверхностный интеграл второго рода, выражение через параметризацию поверхности. Кусочно-гладкие поверхности и интегралы по ним.

Поток Л.Н. Знаменской. Простая гладкая поверхность. Допустимая замена параметров. Касательная плоскость и нормаль к поверхности. Поверхностный интеграл первого рода. Независимость выражения интеграла через параметризацию поверхности от допустимой замены параметров. Площадь поверхности. Ориентация простой гладкой поверхности. Поверхностный интеграл второго рода, выражение через параметризацию поверхности. Кусочно-гладкие поверхности и интегралы по ним.

Поток Е.Ю. Редкозубовой. Простая гладкая поверхность, регулярная поверхность. Задание регулярной поверхности уравнением. Теорема о замене параметров. Касательная плоскость и нормаль к поверхности. Поверхностный интеграл первого рода. Независимость значения интеграла от выбора параметризации. Площадь поверхности. Ориентация регулярной поверхности. Ориентируемость регулярной поверхности, заданной уравнением. Поверхностный интеграл второго рода, выражение через параметризацию поверхности. Кусочно-гладкие поверхности и интегралы по ним.

7. Формула Гаусса–Остроградского. Дивергенция векторного поля и ее геометрическое определение. Соленоидальные векторные поля. Связь соленоидальности с обращением в нуль дивергенции поля.
8. Формула Стокса. Ротор векторного поля и его геометрическое определение. Потенциальные векторные поля. Условия независимости криволинейного интеграла второго рода от пути интегрирования. Связь потенциальности с обращением в нуль ротора векторного поля.
9. *Потоки Н.А. Гусева, Я.М. Дымарского.* Теорема о неподвижной точке сжимающего отображения.