

**Экзаменационная программа по
Аналитической геометрии,
осенний семестр 2019–2020 учебного года**

(для всех студентов, кроме студентов групп Б02-920, Б02-921, ..., Б02-929)

1. Направленные отрезки и векторы, линейные операции над ними. Свойства линейных операций. Коллинеарность и компланарность векторов. Линейно зависимые и независимые системы векторов. Связь линейной зависимости с коллинеарностью и компланарностью векторов. Базис, координаты вектора в базисе. Действия с векторами в координатах.

2. Определения общей декартовой и прямоугольной (ортонормированной) системы координат. Матрица перехода и ее свойства. Изменение координат вектора при замене базиса. Изменение координат точки при переходе к новой системе координат. Формулы перехода от одной прямоугольной системы координат на плоскости к другой.

3. Скалярное произведение и его свойства. Ортогональные проекции. Выражение скалярного произведения в координатах, выражение в ортонормированном базисе. *Матрица Грама*¹. Формулы для определения расстояния между точками и угла между векторами. *Биортогональный (взаимный) базис*.²

4. Ориентация на плоскости и в пространстве. Смешанное и векторное произведения векторов, их свойства и геометрический смысл. Выражение смешанного и векторного произведений через координаты векторов. Условия коллинеарности и компланарности векторов. Формула двойного векторного произведения.

5. Алгебраические линии и поверхности, их порядок. Теорема об инвариантности порядка линии на плоскости (поверхности в пространстве) при переходе к новой декартовой системе координат.

6. Векторные и координатные формы уравнения прямой на плоскости и в пространстве. Условия параллельности (или совпадения), перпендикулярности прямых на плоскости, заданных в координатной форме. *Пучок прямых на плоскости*³. Условия параллельности и перпендикулярности двух прямых в пространстве. Расстояние от точки до прямой на плоскости и в пространстве. *Расстояние между двумя прямыми в пространстве*⁴.

7. Векторные и координатные формы уравнения плоскости. Условия параллельности (или совпадения) плоскостей, заданных в координатной форме. Расстояние от точки до плоскости в пространстве и расстояние между параллельными плоскостями. Условия параллельности и перпендикулярности

¹Для потока И.А. Чубарова.

²Для всех, кроме потока О.Г. Прончевой.

³Для всех, кроме потоков О.Г. Прончевой и Д.А. Терёшина.

⁴Для всех, кроме потока Д.А. Терёшина.

прямой и плоскости. Прямая как линия пересечения двух плоскостей. *Общий перпендикуляр двух скрещивающихся прямых*⁵.

8. Алгебраические линии второго порядка на плоскости, их классификация. Приведение уравнения линии второго порядка к каноническому виду. Центр линии второго порядка, центральные и нецентральные линии.

9. Эллипс, гипербола и парабола, их свойства. Касательные к эллипсу, гиперболе и параболе. *Уравнения эллипса, гиперболы и параболы в полярной системе координат*⁶.

10. *Асимптотические направления. Диаметры линий второго порядка.*⁷

11. *Цилиндрические и конические поверхности*⁸. Поверхности вращения. Эллипсоид, гиперболоиды, параболоиды и конус, их основные свойства. Прямолинейные образующие.

12. Отображения и преобразования плоскости. Произведение (композиция) отображений. Взаимно однозначное отображение, обратное отображение. Линейные преобразования плоскости. Координатное представление линейных преобразований плоскости.

13. Аффинные преобразования плоскости и их основные свойства. Геометрический смысл модуля и знака определителя аффинного преобразования плоскости. Аффинная классификация линий второго порядка. Ортогональные преобразования плоскости и их свойства. Разложение аффинного преобразования плоскости в произведение ортогонального преобразования и двух сжатий. *Понятие о группе преобразований*⁹.

14. Алгебраические операции с матрицами. Элементарные преобразования матриц. Обратная матрица.

15. Определение детерминанта. Свойства детерминанта. Миноры, алгебраические дополнения. Детерминант произведения матриц. Критерий обратимости. Правило Крамера. Формула для элементов обратной матрицы.

⁵Для потоков О.Г. Прончевой и И.А. Чубарова.

⁶Для потоков Д.А. Терёшина и И.А. Чубарова.

⁷Для всех, кроме потока Д.А. Терёшина.

⁸Для всех, кроме потока Д.А. Терёшина.

⁹Для всех, кроме потоков О.Г. Прончевой и Д.А. Терёшина.