

ЭКЗАМЕНАЦИОННАЯ ПРОГРАММА
по курсу «Уравнения математической физики»
3 курс, 6 семестр, 2017/2018 уч.г.

(Поток В.В. Шанькова)

1. Теорема о преобразовании дифференциального уравнения при переходе в криволинейную систему координат. Теорема о приведении матрицы старших коэффициентов дифференциального уравнения к диагональному виду в точке.
2. Задача Коши в двумерной области для волнового уравнения. Теорема о формуле Даламбера, наибольшей области существования и единственности решения. Теорема о непрерывной зависимости решения от исходных функций. Теорема о примере Адамара некорректной задачи для уравнения Лапласа.
3. Волновое уравнение в \mathbb{R}^{n+1} . Теоремы об энергетическом неравенстве и единственности решения задачи Коши.
4. Задача Коши для волнового уравнения в \mathbb{R}^{n+1} . Теорема о формуле Кирхгофа. Теорема о непрерывной зависимости решения от правой части и начальных условий.
5. Задача Коши для волнового уравнения в \mathbb{R}^{n+1} . Метод спуска и теорема о формуле Пуассона. Принцип Дюамеля.
6. Волновое уравнение для ограниченной области. Теоремы об интеграле энергии и единственности решения смешанной задачи. Теорема о существовании решения для отрезка в терминах коэффициентов Фурье.
7. Уравнение теплопроводности в \mathbb{R}^{n+1} . Принципы максимума для дифференциального неравенства и уравнения теплопроводности.
8. Уравнение теплопроводности в \mathbb{R}^{n+1} . Теорема единственности решения задачи Коши в классе функций, ограниченных с экспоненциальным весом в каждой полосе. Принцип Дюамеля.
9. Задача Коши для уравнения теплопроводности в \mathbb{R}^{n+1} . Теорема о формуле Пуассона с начальным условием экспоненциального роста. Теорема о непрерывной зависимости решения от правой части и начального условия.
10. Уравнение теплопроводности для ограниченной области. Принцип максимума и теорема единственности решения смешанной задачи. Теорема о существовании решения для отрезка в терминах коэффициентов Фурье.
11. Интегральные уравнения в вырожденном ядром. Теорема об эквивалентности интегрального уравнения с вырожденным ядром алгебраической системе. Три теоремы Фредгольма.
12. Интегральное уравнение с малым непрерывным ядром. Теоремы о разрешимости и об описании решений через резольвенту. Теорема об эквивалентности интегрального уравнения с непрерывным ядром интегральному уравнению с вырожденным ядром.
13. Интегральное уравнение с непрерывным ядром. Четыре теоремы Фредгольма.
14. Интегральные уравнения с симметричным непрерывным ядром. Теорема Арцела–Асколи. Теорема о существовании наименьшего по модулю характеристического числа.
15. Интегральные уравнения с симметричным непрерывным ядром. Теорема о существовании решения спектральной задачи. Теорема Гильберта–Шмидта.
16. Задача Штурма–Лиувилля. Теорема существования и единственности функции Грина. Теоремы об обратимости, о положительной определённости оператора Штурма–Лиувилля и о сведении задачи Штурма–Лиувилля к интегральному уравнению.
17. Задача Штурма–Лиувилля. Теоремы о кратности и счётности собственных значений. Теорема Стеклова о разложении по собственным функциям оператора Штурма–Лиувилля.
18. Оператор Лапласа в \mathbb{R}^2 . Определение функций Бесселя через степенной ряд. Теорема о цилиндричности функций Бесселя. Теоремы об ортогональности и нулях функций Бесселя. Теоремы о собственных функциях оператора Лапласа в полярной и декартовой системах координат.
19. Оператор Лапласа в \mathbb{R}^3 . Теорема о рекуррентной формуле для производных присоединённых функций Лежандра. Теорема о собственных функциях угловой части оператора Лапласа. Теорема о гармоничности шаровых функций.
20. Оператор Лапласа в \mathbb{R}^3 . Теорема об основном интегральном представлении. Для гармонических функций теоремы о бесконечной дифференцируемости, о нулевом потоке через границу и о среднем; строгий принцип максимума, нестрогий принцип максимума. Теоремы единственности решения внутренней и внешней задач Дирихле.
21. Оператор Лапласа в \mathbb{R}^3 . Теоремы о первой и второй формулах Грина. Теоремы о необходимом условии разрешимости и неединственности решения внутренней задачи Неймана. Теорема о единственности решения внешней задачи Неймана.
22. Оператор Лапласа в \mathbb{R}^3 . Объёмный потенциал. Теорема о производных, гармоничности и регулярности на бесконечности.
23. Оператор Лапласа в \mathbb{R}^3 . Потенциал двойного слоя. Теорема о производных, гармоничности, регулярности на бесконечности и разрыве на границе.
24. Оператор Лапласа в \mathbb{R}^3 . Потенциал простого слоя. Теорема о производных, гармоничности, регулярности на бесконечности и разрыве нормальной производной на границе.
25. Оператор Лапласа в \mathbb{R}^3 . Функция Грина задачи Дирихле. Теорема об интегральном представлении через функцию Грина. Теорема о формуле Пуассона для шара и круга.