

# ВОПРОСЫ ГОСЭКЗАМЕНА ПО МАТЕМАТИКЕ

на степень бакалавра  
(МФТИ, 2017/2018 уч.г.)

1. Теорема Больцано–Вейерштрасса и критерий Коши сходимости числовой последовательности.
2. Ограниченность функции, непрерывной на отрезке, достижение точных верхней и нижней граней.
3. Теоремы о промежуточных значениях непрерывной функции.
4. Теоремы о среднем Ролля, Лагранжа и Коши для дифференцируемых функций.
5. Формула Тейлора с остаточным членом в форме Пеано или Лагранжа.
6. Исследование функций одной переменной при помощи первой и второй производных на монотонность, локальные экстремумы, выпуклость. Необходимые условия, достаточные условия.
7. Теорема о равномерной непрерывности функции, непрерывной на компакте.
8. Достаточные условия дифференцируемости функции нескольких переменных.
9. Теорема о неявной функции, заданной одним уравнением.
10. Экстремумы функций нескольких переменных. Необходимые условия, достаточные условия.
11. Свойства интеграла с переменным верхним пределом (непрерывность, дифференцируемость). Формула Ньютона–Лейбница.
12. Равномерная сходимость функциональных последовательностей и рядов. Непрерывность, интегрируемость и дифференцируемость суммы функционального ряда.
13. Степенные ряды. Радиус сходимости. Бесконечная дифференцируемость суммы степенного ряда. Ряд Тейлора.
14. Формула Грина. Потенциальные векторные поля на плоскости.
15. Формула Остроградского–Гаусса. Соленоидальные векторные поля.
16. Формула Стокса.
17. Достаточные условия сходимости тригонометрического ряда Фурье в точке.
18. Достаточные условия равномерной сходимости тригонометрического ряда Фурье.
19. Непрерывность преобразования Фурье абсолютно интегрируемой функции. Преобразование Фурье производной и производная преобразования Фурье.
20. Прямые и плоскости в пространстве. Формулы расстояния от точки до прямой и плоскости, между прямыми в пространстве. Углы между прямыми и плоскостями.
21. Общее решение системы линейных алгебраических уравнений. Теорема Кронекера–Капелли.
22. Линейное отображение конечномерных линейных пространств, его матрица. Сюръективное и инъективное отображения. Ядро и образ линейного отображения.
23. Собственные значения и собственные векторы линейных преобразований. Диагонализируемость линейных преобразований.
24. Самосопряженные преобразования евклидовых пространств, свойства их собственных значений и собственных векторов.
25. Приведение квадратичных форм в линейном пространстве к каноническому виду.
26. Положительно определенные квадратичные формы. Критерий Сильвестра.
27. Линейные обыкновенные дифференциальные уравнения с постоянными коэффициентами и правой частью — квазимногочленом.
28. Системы линейных однородных дифференциальных уравнений с постоянными коэффициентами, методы их решения.

29. Линейные обыкновенные дифференциальные уравнения с переменными коэффициентами. Фундаментальная система решений. Определитель Вронского. Формула Лиувилля–Остроградского.
30. Простейшая задача вариационного исчисления. Необходимые условия локального экстремума.
31. Полная система событий. Формула полной вероятности. Формула Байеса. Независимость событий и классов событий.
32. Математическое ожидание и дисперсия случайной величины, их свойства. Вычисление для нормального распределения.
33. Неравенство Чебышева и закон больших чисел.
34. Центральная предельная теорема для независимых одинаково распределённых случайных величин с конечной дисперсией.
35. Дифференцируемость функций комплексного переменного. Условия Коши–Римана. Интегральная теорема Коши.
36. Интегральная формула Коши. Разложение функции, регулярной в окрестности точки, в ряд Тейлора.
37. Разложение функции, регулярной в кольце, в ряд Лорана. Изолированные особые точки однозначного характера.
38. Вычеты. Вычисление интегралов по замкнутому контуру при помощи вычетов.

## Литература

1. О.В. Бесов. Лекции по математическому анализу.
2. Г.Е. Иванов. Лекции по математическому анализу.
3. Л.Д. Кудрявцев. Краткий курс математического анализа.
4. С.М. Никольский. Курс математического анализа.
5. А.Ю. Петрович. Лекции по математическому анализу.
6. А.М. Тер-Крикоров, М.И. Шабунин. Курс математического анализа.
7. Г.Н. Яковлев. Лекции по математическому анализу.
8. Д.В. Беклемишев. Курс аналитической геометрии и линейной алгебры.
9. А.Е. Умнов. Аналитическая геометрия и линейная алгебра.
10. В.И. Чехлов. Лекции по аналитической геометрии и линейной алгебре.
11. Л.С. Понтрягин. Обыкновенные дифференциальные уравнения.
12. В.К. Романко. Курс дифференциальных уравнений и вариационного исчисления.
13. В.В. Степанов. Курс дифференциальных уравнений.
14. М.В. Федорюк. Обыкновенные дифференциальные уравнения.
15. В.К. Захаров, Б.А. Севастьянов, В.П. Чистяков. Теория вероятностей.
16. В.П. Чистяков. Курс теории вероятностей.
17. Е.С. Половинкин. Курс лекций по теории функций комплексного переменного.
18. М.И. Шабунин, Ю.В. Сидоров. Теория функций комплексного переменного.

Заведующий кафедрой высшей математики  
профессор

Иванов Г.Е.