

ЭКЗАМЕНАЦИОННАЯ ПРОГРАММА

по курсу «Гармонический анализ»

2 курс, 4 семестр, 2017-18 уч.г.

1. Теорема (лемма) Римана. Стремление к нулю коэффициентов Фурье абсолютно интегрируемой функции.
2. Представление частичной суммы ряда Фурье интегралом через ядро Дирихле. Принцип локализации.
3. Достаточные условия сходимости ряда Фурье в точке.
4. Дифференцирование и интегрирование рядов Фурье. Порядок убывания коэффициентов Фурье.
5. Теорема о равномерной сходимости ряда Фурье.
6. Равномерная сходимость сумм Фейера для непрерывной функции.
7. Теоремы Вейерштрасса о приближении непрерывных функций тригонометрическими и алгебраическими многочленами.
8. Минимальное свойство коэффициентов Фурье по ортогональной системе. Неравенство Бесселя.
9. Полнота ортогональной системы функций, ортогональный базис и равенство Парсеваля.
10. Полнота тригонометрической системы в пространстве функций, интегрируемых с квадратом. Сходимость ряда Фурье в среднем квадратичном, равенство Парсеваля для тригонометрической системы.
11. *Кроме потока М.В. Балашова*: теорема Рисса–Фишера.
Поток М.В. Балашова: пример непрерывной функции, ряд Фурье которой расходится в точке.
12. *Потоки Л.Н. Знаменской и Г.Е. Иванова*: полнота и замкнутость ортогональной системы, их связь.
Потоки Я.М. Дымарского и В.В. Редкозубова: полнота алгебраической системы в пространстве функций, интегрируемых с квадратом. Многочлены Лежандра.
13. Полнота пространства $C[a, b]$, неполнота пространств непрерывных на отрезке функций с интегральными нормами.
14. Непрерывность, интегрируемость и дифференцируемость собственных интегралов, зависящих от параметра.
15. Равномерная сходимость несобственных интегралов, зависящих от параметра. Критерий Коши, признаки Вейерштрасса и Дирихле.
Потоки М.В. Балашова и В.В. Редкозубова: признак Абеля равномерной сходимости несобственных интегралов.
16. Непрерывность и интегрируемость несобственных интегралов, зависящих от параметра.
17. Дифференцирование несобственных интегралов по параметру.
18. Достаточные условия сходимости интеграла Фурье в точке.
19. Преобразование Фурье. Обратное преобразование Фурье. Непрерывность преобразования Фурье абсолютно интегрируемой функции. Формулы обращения.
20. Преобразование Фурье производной и производная преобразования Фурье.
21. Пространства D и D' . Дифференцирование обобщенных функций. δ -функция.
22. *Поток Г.Е. Иванова*: пространства S и S' . Преобразование Фурье обобщенных функций.
23. *Поток М.В. Балашова*: теорема Стоуна–Вейерштрасса.