

# ЭКЗАМЕНАЦИОННАЯ ПРОГРАММА

по курсу «Уравнения математической физики»

3 курс, 5–6 семестры, 2019/2020 уч.г.

(Поток Шанькова В.В.)

1. Теорема о преобразовании дифференциального уравнения при переходе в криволинейную систему координат. Теорема о приведении матрицы старших коэффициентов дифференциального уравнения к диагональному виду в точке.
2. Задача Коши для уравнения малых колебаний струны. Теорема о формуле Даламбера, наибольшей области существования и единственности решения. Теорема о непрерывной зависимости решения от исходных функций. Теорема о примере Адамара некорректной задачи для уравнения Лапласа.
3. Волновое уравнение в  $\mathbb{R}^{n+1}$ . Теоремы об энергетическом неравенстве и единственности решения задачи Коши.
4. Задача Коши для волнового уравнения в  $\mathbb{R}^{n+1}$ . Теорема о формуле Кирхгофа. Теорема о непрерывной зависимости решения от правой части и начальных условий.
5. Задача Коши для волнового уравнения в  $\mathbb{R}^{n+1}$ . Метод спуска и теорема о формуле Пуассона. Принцип Дюамеля.
6. Волновое уравнение для ограниченной области. Теоремы об интеграле энергии и единственности решения смешанной задачи. Теорема о существовании решения для отрезка в терминах коэффициентов Фурье.
7. Уравнение теплопроводности в  $\mathbb{R}^{n+1}$ . Принципы максимума для дифференциального неравенства и уравнения теплопроводности.
8. Уравнение теплопроводности в  $\mathbb{R}^{n+1}$ . Теорема единственности решения задачи Коши в классе функций, ограниченных с экспоненциальным весом в каждой полосе. Принцип Дюамеля.
9. Задача Коши для уравнения теплопроводности в  $\mathbb{R}^{n+1}$ . Теорема о формуле Пуассона с начальным условием экспоненциального роста. Теорема о непрерывной зависимости решения от правой части и начального условия.
10. Уравнение теплопроводности для ограниченной области. Принцип максимума и теорема единственности решения смешанной задачи. Теорема о существовании решения для отрезка в терминах коэффициентов Фурье.
11. Интегральные уравнения в вырожденном ядром. Теорема об эквивалентности интегрального уравнения с вырожденным ядром алгебраической системе. Три теоремы Фредгольма.
12. Интегральное уравнение с малым непрерывным ядром. Теоремы о разрешимости и об описании решений через резольвенту. Теорема об эквивалентности интегрального уравнения с непрерывным ядром интегральному уравнению с вырожденным ядром.
13. Интегральное уравнение с непрерывным ядром. Четыре теоремы Фредгольма.
14. Интегральные уравнения с симметричным непрерывным ядром. Теорема Арцела—Асколи. Теорема о существовании наименьшего по модулю характеристического числа.
15. Интегральные уравнения с симметричным непрерывным ядром. Теорема о существовании решения спектральной задачи. Теорема Гильберта—Шмидта.

16. Задача Штурма—Лиувилля. Теорема существования и единственности функции Грина. Теоремы об обратимости, о положительной определенности оператора Штурма—Лиувилля и о сведении задачи Штурма—Лиувилля к интегральному уравнению.
17. Задача Штурма—Лиувилля. Теоремы о кратности и сч?тности собственных значений. Теорема Стеклова о разложении по собственным функциям оператора Штурма—Лиувилля.
18. Оператор Лапласа в  $\mathbb{R}^2$ . Определение функций Бесселя через степенной ряд. Теорема о цилиндричности функций Бесселя. Теоремы об ортогональности и нулях функций Бесселя. Теоремы о собственных функциях оператора Лапласа в полярной и декартовой системах координат.
19. Оператор Лапласа в  $\mathbb{R}^3$ . Теорема о рекуррентной формуле для производных присоедин?нных функций Лежандра. Теорема о собственных функциях угловой части оператора Лапласа. Теорема о гармоничности шаровых функций.
20. Оператор Лапласа в  $\mathbb{R}^3$ . Теорема об основном интегральном представлении. Для гармонических функций теоремы о бесконечной дифференцируемости, о нулевом потоке через границу и о среднем; строгий принцип максимума, нестрогий принцип максимума. Теоремы единственности решения внутренней и внешней задач Дирихле.
21. Оператор Лапласа в  $\mathbb{R}^3$ . Теоремы о первой и второй формулах Грина. Теоремы о необходимом условии разрешимости и неединственности решения внутренней задачи Неймана. Теорема о единственности решения внешней задачи Неймана.
22. Оператор Лапласа в  $\mathbb{R}^3$ . Функция Грина задачи Дирихле. Теорема об интегральном представлении через функцию Грина. Теорема о формуле Пуассона для шара и круга.