ЭКЗАМЕНАЦИОННАЯ ПРОГРАММА

по курсу «Уравнения математической физики»
3 курс, 5–6 семестры, 2019/2020 уч.г.
(Поток Михайловой Т.В.)

1. Линейное ДУ в частных производных второго порядка. Определение решения. Классификация ДУ в частных производных второго порядка. Понятие характеристики. Характеристики для линейных ДУ в частных производных второго порядка на плоскости.

2. Волновое уравнение в случае одной пространственной переменной:

   - постановка задачи Коши;
   - определение решения задачи Коши;
   - необходимые условия существования решения; формула Даламбера;
   - непрерывная зависимость решения от начальных функций;
   - постановка локализованной задачи Коши;
   - формула Даламбера в случае локализованной задачи Коши и области зависимости решения локализованной задачи Коши от начальных функций.

   Пример отсутствия непрерывной зависимости в случае уравнения Лапласа (пример Адамара).

3. Волновое уравнение в случае трех пространственных переменных:

   - постановка задачи Коши;
   - определение решения;
   - необходимые условия существования решения;
   - теорема о существовании решения (обоснование формулы Кирхгофа);
   - теорема о единственности решения задачи Коши;
   - теорема о непрерывной зависимости решения задачи Коши от начальных функций.

4. Волновое уравнение в случае двух пространственных переменных:

   - постановка задачи Коши;
   - определение решения;
   - необходимые условия существования решения;
   - теорема о существовании решения (обоснование формулы Пуассона) – метод спуска;
   - теоремы о единственности решения и о непрерывной зависимости решения от начальных функций.

   Распространение волн в случае двух и трех пространственных переменных. О диффузии волн.

5. Задача Коши для уравнения теплопроводности:

   - постановка задачи Коши;
   - определение решения задачи Коши;
   - необходимые условия существования решения;
   - теорема о существовании решения (обоснование формулы Пуассоне);
   - бесконечная дифференцируемость решения задачи Коши;

- класс единственности решения задачи Коши (ограниченность в каждой полосе);
- теорема о единственности решения задачи Коши;
- принцип максимума;
- теорема о непрерывной зависимости решения задачи Коши от начальной функции.

Отсутствие непрерывной зависимости решения для случая «обратной» теплопроводности.

6. Смешанная задача для уравнения теплопроводности (случай одной пространственной переменной):

    - постановка задачи;
    - определение решения;
    - необходимые условия разрешимости (условия гладкости и условие согласования);
    - лемма-принцип максимума;
    - теорема о единственности решения;
    - теорема о непрерывной зависимости решения от метод Фурье решения смешанной задачи;
    - теорема о существовании решения (обоснование метода Фурье).

7. Смешанная задача для волнового уравнения (случай одной пространственной переменной):

    - постановка задачи; определение решения;
    - необходимые условия разрешимости (условия гладкости и условия согласования);
    - лемма (метод интеграла энергии);
    - теорема о единственности решения;
    - теорема о непрерывной зависимости решения от начальных функций;
    - метод Фурье решения смешанной задачи;
    - теорема о существовании решения (обоснование метода Фурье) – в этом году без доказательства.

8. Гармонические функции:

    - определение;
    - гармонические функции в $Rn, n = 2, 3, \ldots$, которые зависят только от $|x|$;
    - фундаментальное решение уравнения Лапласа.

    Первая формула Грина. Вторая формула Грина. Следствие из Второй формулы Грина для гармонической в области функции. Интегральное представление функции, гладкой в замыкании ограниченной области. Понятие потенциалов. Интегральное представление гармонической функции, гладкой в замыкании области. Бесконечная дифференцируемость гармонических функций. Теорема о поверхностном среднем. Теорема об объемном среднем. Теорема–строгий принцип максимума для гармонических функций. Теорема–ослабленный принцип максимума для гармонических функций. Теорема об устранении особенности. Теорема Лиувилля.

9. Задача Дирихле для уравнения Пуассона в ограниченной области:

    - постановка задачи Дирихле;
    - определение решения;

- необходимые условия разрешимости;
- теорема о единственности решения;
- теорема о непрерывной зависимости решения от граничной функции.

Существование решения задачи Дирихле для уравнения Лапласа в шаре:

- ядро Пуассона;
- теорема о существовании решения (обоснование формулы Паусcона).

10. Задача Неймана для уравнения Лапласа в шаре:
    - постановка задачи; определение решения;
    - необходимые условия разрешимости задачи;
    - теорема об общем виде решения;
    - теорема о существовании решения задачи Неймана для уравнения Лапласа в шаре.