ЭКЗАМЕНАЦИОННАЯ ПРОГРАММА
по курсу «Уравнения математической физики»
3 курс, 6 семестр, 2018/2019 уч.г.

(Поток Михайловой Т.В.)

1. Дифференциальные уравнения в частных производных. Линейные дифференциальные уравнения. Классификация уравнений второго порядка.
2. Характеристики линейных уравнений второго порядка. Обыкновенное дифференциальное уравнение для характеристик в двумерном случае. Характеристики волнового уравнения.
3. Волновое уравнение в случае одной пространственной переменной. Постановка задачи Коши (в частности, локализованной задачи), формула Даламбера. Область зависимости решения задачи Коши. Непрерывная зависимость решения от начальных функций. Пример отсутствия непрерывной зависимости в случае уравнения Лапласа (пример Адамара).
4. Волновое уравнение в случае двух и трех пространственных переменных. Постановка задачи Коши. Задача Коши для волнового уравнения. Необходимые условия для существования решения. Единственность решения задачи Коши. Существование решения задачи Коши в случаях трёх пространственных переменных (формула Кирхгофа). Существование решения задачи Коши в случае двух пространственных переменных (формула Пуассона, метод спуска). Непрерывная зависимость решения от начальных функций.
   Распространение волн в случае двух и трёх пространственных переменных. О диффузии волн в случае двух пространственных переменных.
5. Задача Коши для уравнения теплопроводности. Необходимые условия для существования решения. Фундаментальное решение уравнения теплопроводности. Класс единственности решения. Единственность решения из класса B. Решение задачи Коши для однородного уравнения теплопроводности — формула Пуассона. Бесконечная дифференцируемость решения. Принцип максимума. Непрерывная зависимость решения от начальной функции. Отсутствие непрерывной зависимости решения задачи Коши для уравнения «обратной теплопроводности» (пример Адамара).
6. Смешанная задача для уравнения теплопроводности в случае одной пространственной переменной. Необходимые условия разрешимости задачи (условия гладкости правой части уравнения и начальной и граничных функций и условия их согласования). Принцип максимума и теорема единственности. Теорема о непрерывной зависимости решения от начальной и граничных функций.
   Метод Фурье решения смешанной задачи. Обоснование метода Фурье.
7. Смешанная задача для одномерного волнового уравнения в случае одной пространственной переменной. Необходимые условия разрешимости задачи (условия гладкости правой части уравнения и начальной и граничных функций и условия их согласования). Теорема единственности и теорема о непрерывной зависимости решения от начальных функций (закон сохранения энергии).
   Метод Фурье решения смешанной задачи. Обоснование метода Фурье.
8. Гармонические функции. Фундаментальное решение уравнения Лапласа. Потенциалы простого и двойного слоёв. Объёмный (ньютонов) потенциал. Бесконечная дифференцируемость гармонических функций. Теоремы о среднем. Принцип максимума. Теорема Лиувилля. Теорема об устранении особенности.
9. Задача Дирихле для уравнения Пуассона в ограниченной области. Необходимые условия разрешимости. Единственность решения; непрерывная зависимость решения от граничной функции.
   Существование решения задачи Дирихле для уравнения Лапласа в шаре.
10. Задача Неймана для уравнения Лапласа в ограниченной области (в шаре). Необходимое условие разрешимости задачи Неймана. Теорема об общем виде решения. Существование решения задачи Неймана для уравнения Лапласа в шаре.