ЭКЗАМЕНАЦИОННАЯ ПРОГРАММА
по курсу «Уравнения математической физики»
3 курс, 6 семестр, 2018/2019 уч.г.

(Поток Боговского М.Е.)

1. Постановка задачи математической физики.Вывод уравнения теплопроводности и постановка основных начально-краевых задач для уравнения теплопроводности.
2. Общая классификация линейных дифференциальных уравнений в частных производных. Выделение главной части уравнения. Характеристическая форма. Характеристическая поверхность. Эллиптические и гиперболические уравнения. Примеры.
3. Классификация и приведение к каноническому виду уравнений второго порядка с вещественными переменными коэффициентами в случае двух независимых переменных.
4. Классификация и приведение к каноническому виду уравнений второго порядка с вещественными постоянными коэффициентами в случае $n \geqslant 3$ независимых переменных.
5. Понятие корректности постановки задачи математической физики (по Адамару). Примеры корректно поставленных задач. Пример Адамара некорректно поставленной задачи Коши для уравнения Лапласа.
6. Задача Коши для волнового уравнения с одной пространственной переменной. Принцип Дюамеля. Формула Даламбера. Область зависимости. Область единственности. Непрерывная зависимость решения от данных задачи.
7. Понятие обобщенного (слабого) решения задачи Коши для волнового уравнения с одной пространственной переменной. Разрывные решения. Распространение особенностей.
8. Начально-краевая задача для однородного волнового уравнения на полуоси. Представление решения. Условия согласования начальных и граничных данных. Непрерывная зависимость решения от данных задачи.

9. Задача Коши для уравнения теплопроводности. Вывод формулы Пуассона с помощью преобразования Фурье. Принцип Дюамеля. Условие на бесконечности и класс единственности растущих решений.
10. Принцип максимума для уравнения теплопроводности в ограниченной области. Единственность классического решения первой начально-краевой задачи для уравнения теплопроводности в ограниченной области. Непрерывная зависимость решения от начальных и граничных данных.
11. Свойства собственных чисел и собственных функций вещественного симметричного обыкновенного дифференциального оператора с однородными краевыми условиями Дирихле и Неймана. Знакоопределённость оператора и его собственных чисел.
12. Формулы Грина для оператора Лапласа. Симметричность и знакоопределённость оператора Лапласа с однородными краевыми условиями Дирихле или Неймана. Свойства собственных чисел и собственных функций оператора Лапласа.
13. Метод Фурье решения начально-краевой задачи для уравнения теплопроводности на конечном отрезке. Условия согласования начальных и граничных данных. Сходимость рядов Фурье.
14. Сопряжённые и самосопряжённые краевые условия для обыкновенного дифференциального оператора. Примеры симметричных дифференциальных операторов с несамосопряжёнными краевыми условиями.Теорема о собственных функциях оператора Штурма–Лиувилля с самосопряжёнными краевыми условиями (без доказательства).
15. Метод Фурье решения начально-краевой задачи для волнового уравнения на конечном отрезке. Условия согласования начальных и граничных данных. Сходимость рядов Фурье.
16. Гармонические функции. Слабый принцип максимума для гармонических функций в ограниченной области. Единственность решения задачи Дирихле и другие следствия.
17. Гармонические функции. Теоремы о среднем по сфере и шару. Строгий принцип максимума для гармонических функций. Следствия.