

**Экзаменационная программа
по курсу «Уравнения математической физики»
2020 – 2021 уч.г.
Поток Беспорточного А.И.**

1. Линейные дифференциальные уравнения в частных производных второго порядка с постоянными коэффициентами. Приведение к каноническому виду. Классификация уравнений.
2. Линейные дифференциальные уравнения в частных производных второго порядка с переменными коэффициентами. Классификация уравнений в точке и в области. Локальное приведение к каноническому виду в случае двух независимых переменных (метод характеристик).
3. Задача Коши для уравнения колебаний струны. Теорема существования решения. Формула Даламбера. Теорема единственности.
4. Задача Коши для волнового уравнения с тремя пространственными переменными. Теорема существования решения. Формула Кирхгофа. Единственность решения.
5. Задача Коши для уравнения колебаний мембраны. Формула Пуассона (метод спуска). Теорема существования решения. Теорема единственности решения.
6. Задача Коши на плоскости для линейного дифференциального уравнения в частных производных второго порядка гиперболического типа. Задача с данными на характеристиках (задача Гурса).
7. Смешанная задача для уравнения колебаний полубесконечной струны. Метод отражений.
8. Уравнение теплопроводности: тепловые функции и их основные свойства. Принцип максимума и следствия из него.
9. Смешанная задача для уравнения теплопроводности на отрезке. Теорема о единственности решения.
10. Фундаментальное решение уравнения теплопроводности и его свойства. Связь с дельта-функцией.
11. Задача Коши для уравнения теплопроводности. Единственность решения. Интеграл Пуассона. Теорема существования решения задачи Коши.
12. Смешанная задача для уравнения теплопроводности на полупрямой. Метод отражений.
13. Уравнения Лапласа и Пуассона. Фундаментальное решение и дельта-функция. Основные свойства гармонических функций. Принцип максимума.
14. Основные краевые задачи для уравнений Лапласа и Пуассона. Теорема о единственности решения.
15. Формулы Грина для уравнений Лапласа и Пуассона.
16. Функция Грина задачи Дирихле (для уравнения Пуассона). Интегральное представление решения задачи Дирихле.
17. Функция Грина задачи Дирихле для полуплоскости и круга (гармонические функции двух независимых переменных). Соответствующие интегральные представления решения.

18. Функция Грина задачи Дирихле для полупространства и шара (гармонические функции трех независимых переменных). Соответствующие интегральные представления решения.
19. Конформные отображения и их применение для решения задачи Дирихле. Структура соответствующей функции Грина. Интегральное представление решения.
20. Метод разделения переменных для решения двумерной задачи Дирихле в круге и вне круга.
21. Метод разделения переменных для решения трехмерной задачи Дирихле в шаре и вне шара. Сферические и шаровые функции.
22. Метод разделения переменных для решения смешанной задачи о колебаниях струны, закрепленной на концах.
23. Метод Фурье (разделения переменных) решения смешанной задачи для уравнения теплопроводности на отрезке.
24. Метод разделения переменных для решения смешанной задачи о колебаниях круглой мембраны, закрепленной по краям. Функции Бесселя.
25. Задача Коши для линейного обыкновенного дифференциального уравнения (ЛОДУ) второго порядка с переменными коэффициентами и сведение ее к интегральному уравнению Вольтерра.
26. Интегральное уравнение Вольтерра. Метод последовательных приближений. Теорема о существовании и единственности решения.
27. Краевая задача для ЛОДУ второго порядка с переменными коэффициентами и сведение ее к интегральному уравнению Фредгольма второго рода (метод функций Грина).
28. Интегральное уравнение Фредгольма второго рода. Метод последовательных приближений. Итерирование ядер. Теорема о существовании и единственности решения. Ряд Неймана. Резольвента.
29. Интегральное уравнение Фредгольма второго рода с вырожденным ядром. Сведение к системе линейных алгебраических уравнений. Теоремы Фредгольма для интегральных уравнений с вырожденным ядром.
30. Теоремы Фредгольма для интегральных уравнений с непрерывным ядром. Следствия из теорем Фредгольма.
31. Ньютонов потенциал и его свойства.
32. Эллиптический потенциал простого слоя. Непрерывность в R^3 . Разрыв нормальной производной при переходе через поверхность. Сведение задачи Неймана к интегральному уравнению Фредгольма.
33. Эллиптический потенциал двойного слоя. Скачок потенциала при переходе через поверхность. Сведение задачи Дирихле к интегральному уравнению Фредгольма.
34. Эллиптические потенциалы в случае двух независимых переменных. Основные свойства.
35. Представление достаточно гладкой функции в виде суммы эллиптических потенциалов трех типов.