

Экзаменационная программа
по дисциплине «Многомерный анализ, интегралы и ряды»
для всех факультетов кроме ФОПФ и ФИВТ,
весенний семестр 2019–2020 учебного года

1. Предел последовательности точек в n -мерном евклидовом пространстве. Связь между сходимостью последовательности точек и сходимостью последовательностей их координат.

Внутренние, предельные, изолированные точки множества. Открытые и замкнутые множества, их свойства. Внутренность, замыкание и граница множества.

2. Предел числовой функции нескольких переменных. Предел функции по множеству. Непрерывность функции нескольких переменных в точке и по множеству. Свойства функций, непрерывных на компакте — ограниченность, достижимость (точных) нижней и верхней граней.

3. Частные производные функции нескольких переменных. Дифференцируемость функции в точке, дифференциал. Необходимые условия дифференцируемости, достаточные условия дифференцируемости функции нескольких переменных. Дифференцируемость сложной функции. Инвариантность формы дифференциала относительно замены переменных.

4. Частные производные высших порядков. Независимость смешанной частной производной от порядка дифференцирования. Дифференциалы высших порядков. Формула Тейлора для функций нескольких переменных с остаточным членом в формах Лагранжа и Пеано.

5. Определение измеримости по Жордану множества в n -мерном евклидовом пространстве. Критерий измеримости. Измеримость объединения, пересечения и разности измеримых множеств. Конечная аддитивность меры Жордана.

(Для потока *О.В. Бесова*: измеримость и мера графика непрерывной на компакте функции.)

6. Определенный интеграл Римана. Верхние и нижние суммы Дарбу. (Кроме потока *О.В. Бесова*: свойства сумм Дарбу.) Критерии интегрируемости.

Интегрируемость непрерывной функции, монотонной функции, ограниченной функции с конечным числом точек разрыва. Аддитивность интеграла по отрезкам, линейность интеграла, интегрируемость произведения функций, интегрируемость модуля интегрируемой функции, интегрирование неравенств, теорема о среднем. Свойства интеграла с переменным верхним пределом — непрерывность, дифференцируемость. Формула Ньютона–Лейбница. Замена переменных и интегрирование по частям в определенном интеграле.

9. Несобственный интеграл. Критерий Коши сходимости интеграла. Интегралы от знакопостоянных функций, признак сравнения. Интегралы от знакопеременных функций, сходимости и абсолютная сходимости. Признак Дирихле сходимости интегралов.

10. Числовые ряды. Критерий Коши сходимости ряда. Знакопостоянные ряды: признак сравнения, признаки Даламбера и Коши, интегральный признак. Знакопеременные ряды, сходимости и абсолютная сходимости, признаки Лейбница и Дирихле.

11. Равномерная сходимости функциональных последовательностей и рядов. Критерий Коши равномерной сходимости. Непрерывность суммы равномерно сходящегося ряда

из непрерывных функций. Интегрирование и дифференцирование функциональных последовательностей и рядов. Признаки Вейерштрасса, Дирихле равномерной сходимости функциональных рядов. (Для потока А.Ю. Петровича: признак Абеля равномерной сходимости ряда.)

12. Степенные ряды с комплексными членами. Круг и радиус сходимости. Характер сходимости степенного ряда в круге сходимости. Формула Коши–Адамара. Сохранение радиуса сходимости степенного ряда при почленном дифференцировании и интегрировании ряда. (Кроме потока О.В. Бесова: первая теорема Абеля.) (Для потока А.Ю. Петровича: вторая теорема Абеля.)

13. Степенные ряды с действительными членами. (Для потока А.Ю. Петровича: непрерывность суммы степенного ряда на множестве точек сходимости.) Бесконечная дифференцируемость суммы степенного ряда на интервале сходимости. Единственность представления функции степенным рядом. (Кроме потока О.В. Бесова: достаточные условия разложимости бесконечно дифференцируемой функции в степенной ряд.)

Ряд Тейлора. (Кроме потока А.Ю. Петровича: формула Тейлора с остаточным членом в интегральной форме.) Пример бесконечно дифференцируемой функции, не разлагающейся в степенной ряд. Разложение в ряд Тейлора основных элементарных функций: e^x , $\cos x$, $\sin x$, $\ln(1+x)$, $(1+x)^\alpha$.

(Кроме потока О.В. Бесова: разложение в степенной ряд функции e^z комплексного переменного z .)

(Для потока О.В. Бесова: функция e^z комплексного переменного, формулы Эйлера.)