

Дифференцирование функций нескольких переменных

- 1) Дифференцируемые функции нескольких переменных. Частные производные.
- 2) Достаточное условие дифференцируемости функции нескольких переменных в точке.
- 3) Производные и дифференциалы функции нескольких переменных высших порядков. Теорема о независимости смешанной производной от порядка дифференцирования.
- 4) Формула Тейлора для функций нескольких переменных.

Абсолютно сходящиеся числовые ряды

- 5) Абсолютно сходящиеся ряды и их свойства. Перестановка членов абсолютно сходящихся рядов.
- 6) Повторное суммирование и теорема о перемножении абсолютно сходящихся рядов.
- 7) Сравнение абсолютно сходящихся рядов. Сумма геометрической прогрессии.

Равномерная сходимость функциональных последовательностей и рядов

- 8) Равномерно сходящиеся функциональные последовательности и ряды. Критерий Коши равномерной сходимости.
- 9) Необходимое условие равномерной сходимости функционального ряда. Признак Вейерштрасса равномерной сходимости функционального ряда.
- 10) Теорема о непрерывности предела равномерно сходящейся последовательности непрерывных функций.
- 11) Теорема о производной предела последовательности дифференцируемых функций. Почленное дифференцирование функциональных рядов.

Степенные ряды

- 12) Степенные ряды, их радиус сходимости. Равномерная сходимость степенных рядов в круге.
- 13) Формула Коши–Адамара для радиуса сходимости степенного ряда.
- 14) Производные и первообразные степенных рядов в круге сходимости.
- 15) Достаточное условие разложимости функции в степенной ряд. Разложение функций e^x , $\sin x$, $\cos x$ в степенные ряды.
- 16) Разложение функций $\ln(1+x)$, $\operatorname{arctg} x$ в степенные ряды.
- 17) Разложение функции $(1+x)^\alpha$ в степенной ряд.

Условная сходимость числовых и функциональных рядов

- 18) Преобразование Абеля. Сходимость степенного ряда на конце интервала сходимости.
- 19) Признаки Дирихле и Абеля равномерной сходимости функциональных рядов.
- 20) * Перестановка слагаемых в условно сходящемся числовом ряде.

Интеграл Римана на отрезке

- 21) Разбиения отрезка, суммы Дарбу и интеграл Римана. Ступенчатые функции на отрезке, линейность и монотонность интеграла от ступенчатой функции.
- 22) Свойства интеграла Римана на отрезке: линейность, аддитивность, монотонность.
- 23) Интегрируемость по Риману модуля, суммы, разности и произведения интегрируемых функций.
- 24) Интегралы с переменным верхним пределом. Дифференцируемость интеграла по верхнему пределу и существование первообразной у непрерывной функции.
- 25) Интегрируемость по Риману монотонной функции.
- 26) Формула Ньютона–Лейбница для интеграла Римана на отрезке.
- 27) Интегрирование по частям и замена переменных в интеграле Римана. Формула Тейлора с остаточным членом в интегральной форме.
- 28) Иррациональность числа e . * Доказательство иррациональности числа π по Нивену–Бурбаки.

Мера Лебега и её свойства

- 29) Мера элементарных множеств в евклидовом пространстве, корректность её определения и аддитивность.
- 30) Внешняя мера Лебега для подмножеств \mathbb{R}^n . Счётная субаддитивность внешней меры Лебега и её значение для элементарных множеств.
- 31) Расстояние между множествами в смысле внешней меры Лебега. Множества конечной меры Лебега и теоретико-множественные операции с ними.
- 32) Счётная аддитивность меры Лебега для множеств конечной меры.
- 33) Множества с возможно бесконечной мерой Лебега, операции с ними и счётная аддитивность меры Лебега в общем случае.
- 34) Бесконечные объединения и пересечения измеримых по Лебегу множеств.
- 35) Свойства непрерывности и регулярности меры Лебега.
- 36) * Пример не измеримого по Лебегу множества.

- 37) Измеримые по Лебегу функции и их свойства. Измеримость поточечного предела измеримых функций.
- 38) Борелевские множества, борелевские функции и их свойства.
- Интеграл Лебега и его свойства**
- 39) Счётно-ступенчатые функции и интеграл Лебега для них.
- 40) Приближение измеримой функции ступенчатыми и интеграл Лебега для произвольной измеримой функции.
- 41) Существование возможно бесконечного интеграла Лебега для неотрицательной измеримой функции.
- 42) Абсолютная интегрируемость интегрируемой по Лебегу функции и её разложение на неотрицательную и неположительную часть.
- 43) Линейность и монотонность интеграла Лебега.
- 44) * Критерий Лебега интегрируемости функции по Риману.
- Предельный переход в интеграле Лебега**
- 45) Понятие приближения функции в среднем. Приближение интегрируемой функции в среднем ограниченной функцией.
- 46) Приближение в среднем интегрируемой функции функцией с конечным числом элементарных ступенек.
- 47) Счётная аддитивность интеграла Лебега по множествам интегрирования.
- 48) Непрерывность интеграла Лебега по множествам интегрирования и непрерывность интеграла Лебега по отрезку с переменным верхним пределом.
- 49) Теорема о монотонной сходимости. Перестановка счётного суммирования и интегрирования.
- 50) Теорема об ограниченной сходимости.
- Несобственные интегралы функции одной переменной**
- 51) Вторая теорема о среднем для интеграла произведения функций по отрезку.
- 52) Несобственные интегралы. Критерий Коши их сходимости.
- 53) Признаки Дирихле и Абеля сходимости несобственных интегралов.
- 54) Интегральный признак сходимости ряда неотрицательных чисел.
- Повторное интегрирование и линейная замена переменных в интеграле Лебега**
- 55) * Теорема Фубини — сведение кратного интеграла к повторному.
- 56) Мера подграфика неотрицательной функции и представление интеграла неотрицательной функции через интегрирование по области значений.
- 57) Линейная замена переменных в интеграле Лебега.
- Применения интеграла Лебега**
- 58) Интегралы, зависящие от параметра. Достаточные условия возможности переставить интегрирование и дифференцирование по параметру.
- 59) Интегральная теорема о среднем для непрерывной на связном множестве функции.
- 60) Вычисление интеграла Пуассона и объёма единичного шара в \mathbb{R}^n .
- 61) Гамма-функция, формула понижения и её значения при целых и полуцелых значениях аргумента.
- 62) Бета-функция и её выражение через гамма-функцию.
- 63) Асимптотическая формула Стирлинга для гамма-функции.
- * Дифференцируемость почти всюду**
- 64) * Лемма Безиковича о покрытии отрезками на прямой.
- 65) * Теорема о плотности измеримого множества на прямой.
- 66) * Усреднение интегрируемой по Лебегу на прямой функции, дифференцируемость почти всюду интеграла с переменным верхним пределом.
- 67) * Существование производной почти всюду и формула Ньютона–Лейбница для липшицевой функции одной переменной.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- [1] Р. Н. Карасёв. *Отдельные темы математического анализа*. rkarasev.ru/common/upload/an_explanations.pdf, 2018.
- [2] С. М. Никольский. *Курс математического анализа. Т. 2*. Москва, Наука, 2000.
- [3] Т. Тао. *An Introduction to Measure Theory*. Graduate Studies in Mathematics 126, 2011.