

ЭКЗАМЕНАЦИОННАЯ ПРОГРАММА  
по курсу «Дифференциальные уравнения»  
2 курс, 2019-20 уч.г.

**1. Некоторые типы обыкновенных дифференциальных уравнений (ОДУ)**

Уравнения 1-го порядка, интегрируемые в квадратурах: с разделяющимися переменными, однородные, линейные, Бернулли, Риккати, в полных дифференциалах. Интегрирующий множитель.

Метод введения параметра для уравнения первого порядка, не разрешенного относительно производной (*для потоков В.Ю. Дубинской, С.Р. Свирицевского и А.Е. Умнова без доказательства*).

Методы понижения порядка дифференциальных уравнений.

**2. Задача Коши**

Принцип сжимающих отображений (*для потока А.М. Бишаева и А.Е. Умнова*).

Системы ОДУ в нормальной форме: общий вид системы; определение решения; задача Коши.

Теорема существования и единственности решения задачи Коши для нормальной системы (*поток О.А. Пырковой доказательство для одного уравнения*). Лемма об эквивалентности задачи Коши системе интегральных уравнений.

Понятие непродолжаемого решения; теорема о существовании и единственности непродолжаемого решения для нормальной системы (*кроме потока В.Ю. Дубинской*).

Продолжение решения задачи Коши. Теоремы о продолжении – до выхода на границу области и на весь заданный интервал (*для потока В.Ю. Дубинской*).

Непрерывная зависимость от параметров решения задачи Коши для нормальной системы дифференциальных уравнений (*без доказательства кроме потока А.Е. Умнова*). Дифференцируемость решения по параметрам, уравнение в вариациях (*без доказательства*).

ОДУ  $n$ -го порядка нормальной форме: общий вид уравнения; определение решения; задача Коши, теорема о существовании и единственности решения.

Уравнения 1-го порядка, не разрешенные относительно производной: задача Коши; теорема о существовании и единственности решения.

Особые решения уравнений первого порядка.

**3. Линейные уравнения и системы с постоянными коэффициентами**

*Для потока С.Р. Свирицевского в разделе 3 все, кроме матричной экспоненты, без доказательства.*

Линейные уравнения  $n$ -го порядка: общий вид уравнения; характеристическое уравнение, фундаментальная система решений и общее решение однородного уравнения; частное решение неоднородного уравнения с квазимногочленом в правой части (*без доказательства*).

Уравнение Эйлера.

Нормальные линейные системы: общий вид системы; характеристическое уравнение, фундаментальная система решений и общее решение однородной системы; частное решение неоднородной системы с векторным квазимногочленом в правой части (*без доказательства*).

Матричная экспонента, ее свойства и применение к решению нормальных линейных систем с постоянными коэффициентами.

#### 4. Линейные уравнения и системы с переменными коэффициентами

Теоремы существования и единственности решения задачи Коши для нормальной линейной системы и для линейного уравнения  $n$ -го порядка (*без доказательства кроме потока А.М. Бишаева*).

Нормальные линейные системы: фундаментальная система решений и теорема об общем решении однородной системы, фундаментальная матрица однородной системы; теорема об общем решении неоднородной системы.

Определитель Вронского. Формула Лиувилля–Остроградского для нормальной линейной однородной системы и для линейного однородного уравнения  $n$ -го порядка.

Метод вариации постоянных для линейного неоднородного уравнения  $n$ -го порядка и для нормальной линейной неоднородной системы.

Теорема Штурма и ее следствия.

Уравнение Бесселя (*для потока В.Ю. Дубинской*).

#### 5. Автономные системы

Основные понятия. Свойства решений и фазовых траекторий.

Групповое свойство решений (*для потока А.М. Бишаева и С.Р. Свирцевского*).

Классификация положений равновесия линейных автономных систем на плоскости. Случаи седла, узла, фокуса и центра.

Характер поведения фазовых траекторий в окрестности положения равновесия нелинейной автономной системы на плоскости.

Теорема о выпрямлении траекторий (*без доказательства*).

Устойчивость по Ляпунову и асимптотическая устойчивость положения равновесия автономной системы (*все утверждения без доказательства*).

#### 6. Первые интегралы автономных систем

Определение и критерий первого интеграла. Производная в силу системы.

Теорема о числе независимых первых интегралов (*без доказательства для потока А.М. Бишаева*).

Линейные однородные уравнения с частными производными первого порядка: общее решение; задача Коши, теорема о существовании и единственности решения (*без доказательства для потока А.Е. Умнова*).

#### 7. Элементы вариационного исчисления

Простейшая задача вариационного исчисления: постановка задачи; первая вариация функционала и необходимое условие слабого экстремума; основная лемма вариационного исчисления; уравнение Эйлера.

Обобщения простейшей задачи: задача со свободными концами; задача для функционалов, содержащих производные высших порядков; задача для функционалов от вектор-функций. Постановки задач и необходимые условия слабого экстремума (*все утверждения без доказательства*).