

ЭКЗАМЕНАЦИОННАЯ ПРОГРАММА
по курсу «Гармонический анализ» (кроме ФОПФ и ФИВТ)
2 курс, 4 семестр, 2019-20 уч.г.

Тригонометрические ряды Фурье

1. Теорема Римана об осцилляции. Стремление к нулю коэффициентов Фурье.
2. Представление частичной суммы ряда Фурье интегралом через ядро Дирихле (*для потока А.П. Черняева без доказательства*).
3. Принцип локализации Римана.
4. Признак Дини сходимости ряда Фурье в точке (*кроме потока А.П. Черняева*).
Для потока А.П. Черняева: интеграл Дини. Признак Дини и Липшица сходимости ряда Фурье в точке.
5. Теорема о почленном дифференцировании ряда Фурье.
6. Порядок убывания коэффициентов Фурье.
7. Теорема о почленном интегрировании ряда Фурье.
8. Теорема о равномерной сходимости ряда Фурье.
Для потока Я.М. Дымарского: признак Дини равномерной сходимости ряда Фурье (без доказательства), следствие из признака.
9. Равномерная сходимость сумм Фейера для непрерывной функции.
10. Теорема Вейерштрасса о приближении непрерывных функций тригонометрическими многочленами.
11. Теорема Вейерштрасса о приближении непрерывных функций алгебраическими многочленами (*для потока А.П. Черняева без доказательства*).

Ряды Фурье в пространствах со скалярным произведением

12. Нормированные и евклидовы (предгильбертовы) пространства.
13. Ряд Фурье по ортогональной системе. Минимальное свойство коэффициентов Фурье.
14. Неравенство Бесселя.
15. Связь полноты, базисности и равенства Парсеваля (*кроме потоков С.А. Гриценко, А.П. Черняева*).
Для потока С.А. Гриценко: эквивалентность полноты и замкнутости ортогональной системы в гильбертовом пространстве.
Для потока А.П. Черняева: Равенство Парсеваля. Существование базиса пространства. Условие для числовой последовательности быть последовательностью коэффициентов Фурье элемента гильбертова пространства. Связь замкнутости и полноты системы (без доказательства).
16. Полнота тригонометрической системы в пространстве функций, интегрируемых с квадратом (*кроме потоков Л.Н. Знаменской, А.П. Черняева*).
17. Сходимость ряда Фурье в среднем квадратичном, равенство Парсеваля (*кроме потоков Л.Н. Знаменской, А.П. Черняева*).
18. Теорема Рисса–Фишера (*кроме потоков Я.М. Дымарского, А.П. Черняева*).
19. Полнота пространства $C[a, b]$. Неполнота пространств $CL_1[a, b]$ и $CL_2[a, b]$ (*кроме потока Л.Н. Знаменской*).

Интегралы с параметром

20. Теорема о непрерывности собственного интеграла по параметру.
21. Теоремы об интегрировании и дифференцировании собственного интеграла по параметру.

22. Равномерная сходимость несобственных интегралов, зависящих от параметра. Критерий Коши равномерной сходимости.
23. Признак Вейерштрасса равномерной сходимости несобственных интегралов.
Вопросы с 25 по 37 для потока Я.М. Дымарского без доказательств.
24. Признак Дирихле равномерной сходимости несобственных интегралов.
25. Теорема о непрерывности несобственного интеграла по параметру.
26. Теорема об интегрировании несобственного интеграла по параметру.
27. Теорема о дифференцировании несобственного интеграла по параметру.

Интеграл Фурье и преобразование Фурье

28. Интеграл Фурье. Достаточные условия сходимости интеграла Фурье в точке (*для потоков Е.Ю. Редкозубовой, А.П. Черняева без доказательства*).
29. *Кроме потока Я.М. Дымарского.* Преобразование Фурье. Обратное преобразование Фурье. Непрерывность преобразования Фурье абсолютно интегрируемой функции.
Для потока Я.М. Дымарского. Преобразование Фурье, свойства образа преобразования Фурье абсолютно интегрируемой функции.
30. Формулы обращения (*кроме потока Л.Н. Знаменской*).
31. Теорема о преобразовании Фурье производной.
32. Теорема о производной преобразования Фурье.
Обобщенные функции (*Кроме потоков С.А. Гриценко, Е.Ю. Редкозубовой*)
33. Пространства D и D' : определение, сходимость.
34. Регулярные и сингулярные обобщенные функции, δ -функция.
35. Умножение обобщенной функции на бесконечно дифференцируемую.
36. Производная обобщенной функции и ее свойства.