

ЭКЗАМЕНАЦИОННАЯ ПРОГРАММА

по курсу «Гармонический анализ»

2 курс, 4 семестр, 2018-19 уч.г.

для всех факультетов кроме ФОПФ

1. Теорема (лемма) Римана. Стремление к нулю коэффициентов Фурье абсолютно интегрируемой функции. (для потока А.Л. Лукашова — суммируемой функции).
2. Представление частичной суммы ряда Фурье интегралом через ядро Дирихле. Принцип локализации.
3. Достаточные условия сходимости ряда Фурье в точке.
4. Дифференцирование и интегрирование рядов Фурье. Порядок убывания коэффициентов Фурье.
5. Теорема о равномерной сходимости ряда Фурье.
6. Кроме потока О.В. Бесова: равномерная сходимость сумм Фейера для непрерывной функции.
7. Для потока О.В. Бесова: порядок убывания остатка ряда Фурье.
8. Теоремы Вейерштрасса о приближении непрерывных функций тригонометрическими и алгебраическими многочленами.
9. Минимальное свойство коэффициентов Фурье по ортогональной системе. Неравенство Бесселя.
10. Полнота ортогональной системы функций, ортонормированный базис и равенство Парсевала.
11. Полнота тригонометрической системы в пространстве функций, интегрируемых с квадратом (для потока А.Л. Лукашова — суммируемых с квадратом функций). Сходимость ряда Фурье в среднем квадратичном, равенство Парсевала для тригонометрической системы.
12. Теорема Рисса-Фишера.
13. Полнота и замкнутость ортогональной системы, их связь.
14. Для потока О.В. Бесова: полнота системы многочленов в различных функциональных пространствах. Разложение функции в ряд по многочленам Лежандра.
15. Кроме потока А.Л. Лукашова: полнота пространства $C[a, b]$, неполнота пространств непрерывных на отрезке функций с интегральными нормами.
Для потока А.Л. Лукашова: полнота пространств $C[a, b]$ и $L_p[a, b]$, $p > 1$.
16. Непрерывность, интегрируемость и дифференцируемость собственных интегралов, зависящих от параметра.
17. Равномерная сходимость несобственных интегралов, зависящих от параметра. Критерий Коши, признаки Вейерштрасса и Дирихле.
18. Непрерывность и интегрируемость несобственных интегралов, зависящих от параметра.
19. Дифференцирование несобственных интегралов по параметру.
20. Достаточные условия сходимости интеграла Фурье в точке.
21. Преобразование Фурье. Обратное преобразование Фурье. Свойства преобразования Фурье абсолютно интегрируемой функции (для потока А.Л. Лукашова — суммируемой функции). Формулы обращения.
22. Преобразование Фурье производной и производная преобразования Фурье.
23. Пространства основных и обобщенных функций. Дифференцирование обобщенных функций. δ -функция.