

ЭКЗАМЕНАЦИОННАЯ ПРОГРАММА

по курсу «Гармонический анализ»

2 курс, 4 семестр, 2020-21 уч.г.

для всех, кроме потока Р.Н.Карасева

1. Теорема (лемма) Римана. Стремление к нулю коэффициентов Фурье абсолютно интегрируемой функции (для потока А.Л. Лукашова — суммируемой функции).
2. Представление частичной суммы ряда Фурье интегралом с ядром Дирихле. Принцип локализации.
3. Достаточные условия сходимости ряда Фурье в точке.
4. Дифференцирование и интегрирование рядов Фурье. Порядок убывания коэффициентов Фурье.
5. Теорема о равномерной сходимости ряда Фурье.
Для потока А.И. Тюленева: признак Гельдера.
6. Кроме потока О.В. Бесова: равномерная сходимость сумм Фейера для непрерывной функции.
7. Для потока О.В. Бесова: порядок убывания остатка ряда Фурье.
8. Теоремы Вейерштрасса о приближении непрерывных функций тригонометрическими и алгебраическими многочленами.
9. Минимальное свойство коэффициентов Фурье по ортогональной системе. Неравенство Бесселя.
10. Полнота ортогональной системы функций, ортонормированный базис и равенство Парсеваля.
11. Полнота тригонометрической системы в пространстве функций, интегрируемых с квадратом (для потока А.Л. Лукашова — суммируемых с квадратом функций). Сходимость ряда Фурье в среднем квадратичном, равенство Парсеваля для тригонометрической системы.
12. Теорема Рисса-Фишера.
13. Полнота и замкнутость ортогональной системы, их связь.
14. Для потока О.В. Бесова: полнота системы многочленов в различных функциональных пространствах. Разложение функции в ряд по многочленам Лежандра.
15. Кроме потока А.Л. Лукашова: полнота пространства $C[a, b]$, неполнота пространств непрерывных на отрезке функций с интегральными нормами.
Для потока А.Л. Лукашова: полнота пространств $C[a, b]$ и $L_p[a, b]$, $p > 1$.
16. Непрерывность, интегрируемость и дифференцируемость собственных интегралов, зависящих от параметра.
17. Равномерная сходимость несобственных интегралов, зависящих от параметра. Критерий Коши, признаки Вейерштрасса и Дирихле.
18. Непрерывность и интегрируемость несобственных интегралов, зависящих от параметра.
19. Дифференцирование несобственных интегралов по параметру.
20. Достаточные условия сходимости интеграла Фурье в точке.
21. Преобразование Фурье. Обратное преобразование Фурье. Свойства преобразования Фурье абсолютно интегрируемой функции (для потока А.Л. Лукашова — суммируемой функции). Формулы обращения.
22. Преобразование Фурье производной и производная преобразования Фурье.
23. Пространства основных и обобщенных функций. Дифференцирование обобщенных функций. δ -функция.
24. Для потока А.И. Тюленева: фактор-пространство полунормированного пространства по замкнутому подпространству. Пространства RL_1 , RL_2 на промежутке числовой прямой.
25. Для потока А.Л. Лукашова: гамма- и бета-функции и связь между ними.