

ЭКЗАМЕНАЦИОННАЯ ПРОГРАММА

по курсу «Гармонический анализ»
кроме потоков ЛФИ(модерн), ФПМИ
2 курс, 4 семестр, 2021-22 уч.г.

1. Теорема (лемма) Римана об осцилляции. Стремление к нулю коэффициентов Фурье абсолютно интегрируемой функции. *Приближение абсолютно интегрируемых функций степенчатыми и непрерывными*¹.
2. Представление частичной суммы ряда Фурье интегралом через ядро Дирихле. Принцип локализации.
3. Достаточные условия сходимости ряда Фурье в точке.
4. Дифференцирование и интегрирование рядов Фурье. Порядок убывания коэффициентов Фурье.
5. Теорема о равномерной сходимости ряда Фурье.
6. Равномерная сходимость сумм Фейера для непрерывной функции.
7. Теоремы Вейерштрасса о приближении непрерывных функций тригонометрическими и алгебраическими многочленами.
8. *Лемма об ортогональном разложении*². Минимальное свойство коэффициентов Фурье по ортогональной системе. Неравенство Бесселя. Единственность разложения по ортогональной системе.
9. Полнота ортогональной системы функций, ортогональный базис и равенство Парсеваля.
10. Теорема Рисса–Фишера. *Полнота и замкнутость ортогональной системы, их связь*³.
11. Полнота тригонометрической системы в пространстве функций, интегрируемых с квадратом. Сходимость ряда Фурье в среднем квадратичном, равенство Парсеваля для тригонометрической системы.
12. Полнота пространства $C[a, b]$, неполнота пространств непрерывных на отрезке функций с интегральными нормами.
13. Непрерывность, интегрируемость и дифференцируемость собственных интегралов, зависящих от параметра.
14. Равномерная сходимость несобственных интегралов, зависящих от параметра. Критерий Коши, признаки Вейерштрасса и Дирихле, *Абеля*⁴.
15. Непрерывность и интегрируемость несобственных интегралов, зависящих от параметра.
16. Дифференцирование несобственных интегралов по параметру.
17. Достаточные условия сходимости интеграла Фурье в точке.
18. Преобразование Фурье. Обратное преобразование Фурье. Свойства преобразования Фурье абсолютно интегрируемой функции: непрерывность, стремление к нулю на бесконечности, *алгебраические свойства*⁵. Формулы обращения.
19. Преобразование Фурье производной и производная преобразования Фурье.
20. Пространства D и D' . Дифференцирование обобщенных функций. δ -функция.

¹Поток Е.Ю. Редкозубовой.

²Поток Я.М. Дымарского.

³Поток Л.Н. Знаменской.

⁴Поток Е.Ю. Редкозубовой.

⁵Поток Я.М. Дымарского.