

Экзаменационная программа
по курсу «Гармонический анализ»
ФИВТ, 2019-20 уч.г.

Пространства L_p ($1 \leq p < \infty$)

1. Неравенство Гельдера
2. Неравенство Минковского. Нормированное пространство $L_p(E)$
3. *¹ Полнота пространства $L_p(E)$
4. Взаимные вложения пространств $L_p(E)$ при различных p
5. Приближение функции из $L_p(E)$ простыми
6. Приближение функции из $L_p(E)$ непрерывными финитными
7. Теорема о непрерывности сдвига
8. Теорема Римана об осцилляции
9. * Существование почти всюду и интегрируемость свертки функций, интегрируемых на \mathbb{R}^n

Ряды Фурье

10. Ряды Фурье по системам $\{\frac{1}{2}, \cos nx, \sin nx\}_{n \in \mathbb{N}}$ и $\{e^{ikx}\}_{k \in \mathbb{Z}}$, их взаимосвязь. Представление частичной суммы ряда Фурье через ядро Дирихле
11. Признак Дини сходимости ряда Фурье
12. Сходимость ряда Фурье в точке для функции, имеющей (обобщенные) односторонние производные в этой точке
13. Принцип локализации для ряда Фурье
14. Теорема о почленном дифференцировании ряда Фурье
15. Порядок убывания коэффициентов Фурье
16. Теорема о почленном интегрировании ряда Фурье
17. * Равномерная сходимость ряда Фурье для функции, удовлетворяющей условию Гельдера
18. Суммы Фейера. Ядро Фейера и его свойства
19. Теорема Фейера. Приближение непрерывной функции тригонометрическими многочленами
20. Подалгебры $C(X)$. Доказательство того, что модуль функции, максимум/минимум двух функций из алгебры принадлежат замыканию этой алгебры
21. Теорема Стоуна–Вейерштрасса (вещественный случай). Приближение непрерывной функции алгебраическими многочленами
22. * Теорема Стоуна–Вейерштрасса (комплексный случай)

Ортогональные ряды

23. Ряды Фурье по ортогональным системам. Единственность коэффициентов разложения
24. Минимальное свойство коэффициентов Фурье. Тождество Бесселя
25. Неравенство Бесселя
26. Теорема о связи полноты, базисности и равенства Парсеваля

¹Вопросы со звездочкой без доказательства.

27. Доказательство полноты системы $\{e^{ikx}\}_{k \in \mathbb{Z}}$ в пространстве $L_p(\mathbb{T})$
28. Ряды Фурье по системе $\{e^{ikx}\}_{k \in \mathbb{Z}}$: сходимость в среднем квадратичном, равенство Парсеваля
29. Достаточное условие равномерной сходимости ряда Фурье
30. Теорема Рисса-Фишера
31. * Связь замкнутости и полноты системы в гильбертовом пространстве

Интегралы, зависящие от параметра

32. Теорема о непрерывности интеграла по параметру
33. Теорема о дифференцировании интеграла по параметру
34. Равномерная сходимость семейства функций. Связь с равномерной сходимостью последовательностей. Равномерная сходимость несобственных интегралов
35. Теорема о непрерывности несобственного интеграла по параметру
36. Теорема об интегрировании несобственного интеграла по параметру
37. Теорема о дифференцировании несобственного интеграла по параметру
38. Признак Вейерштрасса равномерной сходимости несобственных интегралов
39. Критерий Коши равномерной сходимости несобственных интегралов
40. Признак Дирихле равномерной сходимости несобственных интегралов
41. Признак Абеля равномерной сходимости несобственных интегралов
42. Вычисление интеграла Дирихле методом дифференцирования по параметру
43. Определение гамма-функции и бета-функции Эйлера. Формула понижения для гамма-функции
44. Формула сведения для бета-функции
45. * Формула дополнения для гамма-функции

Преобразование Фурье

46. Преобразование Фурье и его свойства
47. Преобразование Фурье свертки
48. Теорема о преобразовании Фурье производной
49. Теорема о производной преобразования Фурье
50. Интеграл Фурье. Представление частичных интегралов Фурье через интеграл Дирихле.
51. Признак Дини сходимости интеграла Фурье. Формула обращения
52. * Формула обращения при условии интегрируемости преобразования Фурье
53. * Преобразование Фурье на пространстве $L_2(\mathbb{R})$. Слабая форма равенства Планшереля.
54. * Теорема Планшереля. Формула обращения в L_2 .
55. * Формула суммирования Пуассона.