Московский физико-технический институт
(государственный университет)

Семестровая контрольная работа по ТФКП

Курс: 3, Вариант: 1, осенний семестр 2003/2004 уч.г.

1.④ Найти все особые точки функции
$$f(z)=\frac{z^2\sin^2 z\cdot\sin\frac{1}{z-\pi/2}}{(\cos z-1)^2}\,e^{\frac{\sin z}{z}},$$
определить их тип. Ответ обосновать.

2.④ Разложить в ряд Лорана по степеням $(z-2-i)$ функцию
$$f(z)=\frac{z^2-2iz+6}{z^2(z+3i)}$$
в кольце, которому принадлежит точка $z=5+i$. Указать границы кольца сходимости.

Применяя теорию вычетов, вычислить интегралы **3, 4, 5**:

3.⑤ $$\oint\limits_{|z+1+i|=2}\frac{z-1}{(z+1)\sin\frac{1}{z}}\,dz\ .$$

4.④ $$\int\limits_{-\infty}^{+\infty}\frac{x\cos(2-x)}{4x^2+1}\,dx\ .$$

5.⑥ $$\int_1^2\sqrt[5]{\frac{(2-x)^3}{(x-1)^3}}\cdot\frac{1}{x}\,dx\ .$$

6.⑦ Пусть $g(z)$ — регулярная ветвь многозначной функции $\{\sqrt{1+4z^2}\}$ в плоскости с разрезом по кривой
$$\gamma=\left\{z\ |\ \ |z|=\frac{1}{2},\quad \frac{\pi}{2}\leqslant\arg z\leqslant 2\pi\right\}$$
такая, что $g(0)=1$. Пусть $f(z)=\dfrac{z}{(g(z)+3)^2}$. Найти $\operatorname*{res}\limits_{\infty} f$ и вычислить интеграл
$$J=\oint\limits_{|z|=\frac{1}{\sqrt{2}}}f(z)\,dz.$$

Московский физико-технический институт
(государственный университет)

Семестровая контрольная работа по ТФКП
Курс: 3, Вариант: 2, осенний семестр 2003/2004 уч.г.

1.④ Найти все особые точки функции

$$f(z) = \frac{\left(z - \frac{\pi}{2}\right)^3 \cos z \cdot \cos \frac{1}{z-\pi}}{(\sin z - 1)^2} \, e^{\frac{\cos z}{z-\pi/2}},$$

определить их тип. Ответ обосновать.

2.④ Разложить в ряд Лорана по степеням $(z + 3 + 5i)$ функцию

$$f(z) = \frac{16 - z^2}{z(z+4i)^2}$$

в кольце, которому принадлежит точка $z = -1 - i$. Указать границы кольца сходимости.

Применяя теорию вычетов, вычислить интегралы **3, 4, 5**:

3.⑤ $$\oint\limits_{|z-1|=1} \frac{z\,dz}{(\pi - 4z)(1 - \sin 2z)} .$$

4.④ $$\int_{-\infty}^{+\infty} \frac{x \sin(2-x)}{x^2+2} \, dx .$$

5.⑥ $$\int_{-2}^{-1} \frac{x-1}{\sqrt[5]{(x+2)^4(x+1)}} \cdot \frac{1}{x} \, dx .$$

6.⑦ Пусть $h(z)$ — регулярная ветвь многозначной функции $\mathrm{Ln}\,\dfrac{2-iz}{z-1}$ в плоскости с разрезом по кривой

$$\gamma = \left\{ z \mid \ |z| = 1, \quad 0 \leqslant \arg z \leqslant \frac{3}{2}\pi \right\} \cup [-2i, -i]$$

такая, что $\operatorname{Im} h(\infty) = \dfrac{3\pi}{2}$. Найти $h(0)$ и вычислить интеграл

$$J = \oint\limits_{|z|=\frac{1}{2}} \frac{h(z)}{\sin^3 z} \, dz.$$

Московский физико-технический институт
(государственный университет)

Семестровая контрольная работа по ТФКП
Курс: 3, Вариант: 3, осенний семестр 2003/2004 уч.г.

---

1. ④ Найти все особые точки функции
$$f(z) = \frac{z \cdot \sin^3 z \cdot \cos\frac{1}{1-z}}{(\cos z - 1)^2}\, e^{\frac{\sin^2 z}{z^2}},$$
определить их тип. Ответ обосновать.

---

2. ④ Разложить в ряд Лорана по степеням $(z-1-3i)$ функцию
$$f(z) = \frac{z^2-4}{z(z-2i)^2}$$
в кольце, которому принадлежит точка $z = 1$. Указать границы кольца сходимости.

Применяя теорию вычетов, вычислить интегралы **3, 4, 5**:

3. ⑤ $$\oint\limits_{|z+1-i|=2} \frac{z+i}{(z-i)\operatorname{sh}\frac{1}{2z}}\,dz\,.$$

---

4. ④ $$\int\limits_{-\infty}^{+\infty} \frac{x\cos(1-2x)}{x^2+4}\,dx\,.$$

---

5. ⑥ $$\int_{-1}^{0} \sqrt[7]{\frac{x^4}{(x+1)^4}} \cdot \frac{1}{x-1}\,dx\,.$$

---

6. ⑦ Пусть $g(z)$ — регулярная ветвь многозначной функции $\{\sqrt{1-z^2}\}$ в плоскости с разрезом по кривой
$$\gamma = \{z \mid \ |z| = 1, \quad \operatorname{Im} z \geqslant 0\}$$
такая, что $g(0) = -1$. Пусть $f(z) = \dfrac{z}{(g(z)-3)^2}$. Найти $\operatorname*{res}\limits_{\infty} f$ и вычислить интеграл
$$J = \oint\limits_{|z|=2} f(z)\,dz.$$

Московский физико-технический институт
(государственный университет)

Семестровая контрольная работа по ТФКП

Курс: 3, Вариант: 4, осенний семестр 2003/2004 уч.г.

1.④ Найти все особые точки функции

$$f(z) = \frac{\left(z - \frac{\pi}{2}\right)^2 \cos^2 z \cdot \sin \frac{1}{z+1}}{(\sin z - 1)^2} \, e^{\frac{\cos^2 z}{(z-\pi/2)^2}},$$

определить их тип. Ответ обосновать.

2.④ Разложить в ряд Лорана по степеням $(z + 2 + 2i)$ функцию

$$f(z) = \frac{2z^2 + iz + 5}{z^2(z - 5i)}$$

в кольце, которому принадлежит точка $z = 1 + i$. Указать границы кольца сходимости.

Применяя теорию вычетов, вычислить интегралы **3, 4, 5**:

3.⑤ $$\oint\limits_{|z-1|=1} \frac{z\,dz}{(\pi - 3z)(1 + \cos 3z)} \,.$$

4.④ $$\int_{-\infty}^{+\infty} \frac{x \sin(1 - \sqrt{2}x)}{2x^2 + 1} \, dx \,.$$

5.⑥ $$\int_0^1 \frac{x + 1}{\sqrt[7]{x^3(1 - x)^4}} \cdot \frac{1}{(x - 2)} \, dx \,.$$

6.⑦ Пусть $h(z)$ — регулярная ветвь многозначной функции $\operatorname{Ln} \dfrac{\frac{1}{2} + iz}{1 - z}$ в плоскости с разрезом по кривой

$$\gamma = \left\{ z \mid \ |z| = 1, \quad -\frac{3\pi}{2} \leqslant \arg z \leqslant 0 \right\} \cup \left[\frac{i}{2}, i \right]$$

такая, что $\operatorname{Im} h(\infty) = -\dfrac{\pi}{2}$. Найти $h(0)$ и вычислить интеграл

$$J = \oint\limits_{|z|=\frac{1}{4}} \frac{h(z)}{\operatorname{sh}^3 z} \, dz.$$
