

Семестровая контрольная работа по ТФКП

Курс: 3, Вариант: 1,

весенний семестр 2001/2002 уч.г.

- 1.③ Разложить в ряд Лорана по степеням $z + 1$ функцию

$$f(z) = \frac{z + i}{iz^2 - 2z + 8i}$$

в кольце, которому принадлежит точка $z = 2$. Указать границы кольца сходимости.

Применяя теорию вычетов, вычислить интегралы:

- 2.④ Найти особые точки однозначного характера функции

$$f(z) = \frac{2z + \pi}{2z - \pi} \exp\left(\frac{\operatorname{tg} z}{z^2 - \pi^2}\right)$$

и определить их тип. Ответ обосновать.

3.④
$$\oint_{|z-2|=4} \frac{z(z^2 + 1)}{\left(\exp \frac{2}{z^2} - 2\right)} dz .$$

4.④
$$\int_{-\infty}^{+\infty} \frac{(x + 3) \sin^3 x}{x^2 + 4x + 8} dx .$$

5.⑦
$$\int_{-3}^7 \sqrt[5]{\left(\frac{x - 7}{x + 3}\right)^3} \frac{x dx}{x + 4} .$$

- 6.⑦ Пусть $g(z)$ — регулярная ветвь функции $\sqrt[3]{(z + 1)(i - z)^2}$ в плоскости с разрезом по отрезку $[-1; i]$ такая, что $g(0) = -1$. Вычислить интеграл

$$\oint_{|z|=2} \frac{g(z)}{z - 1} dz.$$

Семестровая контрольная работа по ТФКП

Курс: 3, Вариант: 2,

весенний семестр 2001/2002 уч.г.

- 1.③ Разложить в ряд Лорана по степеням $z + 2$ функцию

$$f(z) = \frac{z + 4i - 4}{iz^2 - (2 - 4i)z - 8}$$

в кольце, которому принадлежит точка $z = 1$. Указать границы кольца сходимости.

Применяя теорию вычетов, вычислить интегралы:

- 2.④ Найти особые точки однозначного характера функции

$$f(z) = \frac{3z + \pi}{z - \pi} \exp\left(\frac{\operatorname{ctg} z}{4z^2 - \pi^2}\right)$$

и определить их тип. Ответ обосновать.

3.④ $\oint_{|z+i|=3} \frac{e^z}{z^3(2 \operatorname{ch} z - 1)} dz$.

4.④ $\int_{-\infty}^{+\infty} \frac{(x+2) \sin x \cos^2 x}{x^2 + 2x + 5} dx$.

5.⑦ $\int_{-2}^5 \frac{x^2 dx}{(x+3) \sqrt[7]{(x+2)^3(x-5)^4}}$.

- 6.⑦ Пусть $h(z)$ — регулярная ветвь функции $\operatorname{Ln} \frac{2+iz}{2+z}$ в плоскости с разрезом по кривой $\gamma = \left\{ z \mid |z| = 2, -\pi \leq \arg z \leq \frac{\pi}{2} \right\}$ такая, что $h(\infty) = \frac{1}{2}\pi i$. Вычислить интеграл

$$\oint_{|z|=1} \frac{e^z h(z)}{\sin^3 z} dz.$$

Семестровая контрольная работа по ТФКП

Курс: 3, Вариант: 3,

весенний семестр 2001/2002 уч.г.

- 1.③ Разложить в ряд Лорана по степеням $z + i$ функцию

$$f(z) = \frac{z + 6 + 6i}{iz^2 - (3i + 2)z + 6}$$

в кольце, которому принадлежит точка $z = i$. Указать границы кольца сходимости.

Применяя теорию вычетов, вычислить интегралы:

- 2.④ Найти особые точки однозначного характера функции

$$f(z) = \frac{z + \pi}{z + 2\pi} \exp \left((z - \pi) \left(\frac{1}{\sin z} - \frac{1}{z} \right) \right)$$

и определить их тип. Ответ обосновать.

3.④
$$\oint_{|z+1|=5} \frac{z^2(z-2)}{\left(\operatorname{sh} \frac{2}{z} + 2\right)^2} dz .$$

4.④
$$\int_{-\infty}^{+\infty} \frac{(x-1) \cos^3 x}{x^2 - 2x + 10} dx .$$

5.⑦
$$\int_{-7}^1 \sqrt[4]{\left(\frac{1-x}{7+x}\right)^3} \frac{x dx}{x-2} .$$

- 6.⑦ Пусть $g(z)$ — регулярная ветвь функции $\sqrt{2z^2 + 1}$ в плоскости с разрезом по кривой $\gamma = \left\{ z \mid |z| = \frac{1}{\sqrt{2}}, \operatorname{Re} z \geq 0 \right\}$, где $g(0) = 1$. Вычислить интеграл

$$\oint_{|z|=1} \frac{dz}{(z-2)(g(z)+3)} .$$

Семестровая контрольная работа по ТФКП

Курс: 3, Вариант: 4,

весенний семестр 2001/2002 уч.г.

- 1.③ Разложить в ряд Лорана по степеням $z + i$ функцию

$$f(z) = \frac{z - 2 - i}{iz^2 + (i + 2)z + 2}$$

в кольце, которому принадлежит точка $z = -2i$. Указать границы кольца сходимости.

Применяя теорию вычетов, вычислить интегралы:

- 2.④ Найти особые точки однозначного характера функции

$$f(z) = \frac{z + 2\pi i}{z + \pi i} \exp\left(\frac{z^2 + i\pi z}{\operatorname{sh} z}\right)$$

и определить их тип. Ответ обосновать.

3.④ $\oint_{|z-1|=2} \frac{\sin z}{z^4(2 \cos z + 1)} dz$.

4.④ $\int_{-\infty}^{+\infty} \frac{(x-2) \sin^2 x \cos x}{x^2 - 4x + 5} dx$.

5.⑦ $\int_2^8 \frac{x^2 dx}{(x-1) \sqrt[3]{(x-2)(x-8)^2}}$.

- 6.⑦ Пусть $g(z)$ — регулярная ветвь функции $\sqrt[3]{(z-2)^2(2i-z)}$ в плоскости с разрезом по отрезку $[2i; 2]$ такая, что главная часть ее ряда Лорана в ∞ равна $e^{-\frac{i\pi}{3}} z$. Вычислить интеграл

$$\oint_{|z|=1} \frac{g(z)}{\operatorname{sh}^3 z} dz.$$

Семестровая контрольная работа по ТФКП

Курс: 3, Вариант: 5,

весенний семестр 2001/2002 уч.г.

- 1.③ Разложить в ряд Лорана по степеням $z + 2$ функцию

$$f(z) = \frac{z}{iz^2 + z + 6i}$$

в кольце, которому принадлежит точка $z = 1$. Указать границы кольца сходимости.

Применяя теорию вычетов, вычислить интегралы:

- 2.④ Найти особые точки однозначного характера функции

$$f(z) = \frac{2z + 3\pi i}{2z - \pi i} \exp\left(\frac{4z^2 + \pi^2}{\operatorname{ch} z}\right)$$

и определить их тип. Ответ обосновать.

3.④
$$\oint_{|z-i|=2} \frac{z^3(z^4 - 2)}{\left(\frac{1}{2} - \cos \frac{1}{z^2}\right)} dz .$$

4.④
$$\int_{-\infty}^{+\infty} \frac{(x+4) \sin x \cos^2 x}{x^2 + 6x + 13} dx .$$

5.⑦
$$\int_{-5}^1 \frac{\sqrt[6]{(1-x)^5(x+5)} \cdot x dx}{(x+5)(x-3)} .$$

- 6.⑦ Пусть $h(z)$ — регулярная ветвь функции $\operatorname{Ln} \frac{3+z}{iz-3}$ в плоскости с

разрезом по кривой $\gamma = \left\{ z \mid |z| = 3, -\frac{\pi}{2} \leq \arg z \leq \pi \right\}$ такая, что

$h(\infty) = -\frac{5}{2}\pi i$. Вычислить интеграл

$$\oint_{|z|=1} \frac{dz}{(h^2(z) + \pi^2)^2} .$$
