

ЭКЗАМЕНАЦИОННАЯ РАБОТА

Дисциплина: Математический анализ

Год: 2002/2003

Вариант: 1

Курс: 1 Семестр: осенний

1. Вычислить интегралы

а) ③ $\int \frac{(\arccos \ln x)^2}{x} dx$; б) ④ $\int \frac{1 + \operatorname{tg}^3 x}{1 + \sin 2x} dx$.

2. ⑤ Найти $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt[3]{1 + 3x + x^2} - \ln(1 + \sin x) - \cos \frac{x}{\sqrt{3}}}{\operatorname{tg}(e^x - 1) - \operatorname{sh} x - \frac{x^2}{2}}$.

3. Построить графики функций

а) ④ $y = \frac{x^3}{2(x-2)^2}$; б) ⑤ $y = \sqrt[3]{|x|(x+3)^2}$.

4. Разложить по формуле Тейлора функцию

$$y = \left(\frac{x^2}{2} - x \right) \sqrt{2 - 2x^2 + 4x}$$

а) ② в окрестности $x_0 = 0$ до $o(x^3)$; б) ④ в окрестности $x_0 = 1$ до $o((x-1)^{2n+1})$.

5. ④ Указать все точки непрерывности и точки разрыва, установить тип разрывов функции $f(x)$, определенной на $\left(-\frac{3\pi}{2}, \frac{5\pi}{2}\right)$, при этом

$$f(x) = \frac{|x|(\pi^2 - x^2)}{\sin x} \text{ при } x \in \left(-\frac{3\pi}{2}, \frac{5\pi}{2}\right), x \neq k\pi, k = 0, \pm 1, 2;$$

$$f(0) = f(2\pi) = \pi^2, \quad f(\pi) = 2\pi^2, \quad f(-\pi) = -2\pi^2.$$

6. ④ Найти в точке $(1; 1)$ значение радиуса кривизны графика функции $y(x)$, заданной уравнением $x^4 + y^4 - 2xy = 0$.

7. ⑤ Найти $\lim_{x \rightarrow +0} \left(\frac{x}{\ln(1+x)} - \operatorname{sh} \left(\frac{x}{2} - \frac{x^2}{12} \right) \right)^{\frac{1}{x^3} + \ln^4 x}$.

8. ⑦ Построить кривую $x = \frac{(t+1)^3}{t^2}$, $y = \frac{(t+1)(2t+1)}{t^2}$.

9. ③ Установить, сходится или расходится последовательность $\{x_n\}$, $x_n > 0$, $n = 1, 2, \dots$, если $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{x_n}{x_{n+1}} = 5$.

ЭКЗАМЕНАЦИОННАЯ РАБОТА

Дисциплина: Математический анализ

Год: 2002/2003

Вариант: 2

Курс: 1 Семестр: осенний

1. Вычислить интегралы

а) ③ $\int \sin 2x \ln(1 + \cos x) dx$; б) ④ $\int \frac{x^5}{(1+x^2)^{3/2}} dx$.

2. ⑤ Найти $\lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{e^{x\sqrt{1+2x}} - \cos(x-x^2) - 2x^2}{\arcsin x} \right)^{\operatorname{ctg}^2 x}$.

3. Построить графики функций

а) ④ $y = \frac{(x-1)^7}{x^6}$; б) ⑤ $y = \sqrt[3]{(1-x)(x+2)^2}$.

4. Разложить по формуле Тейлора функцию

$$y = \left(\frac{x^2}{2} + 2x - 3 \right) e^{-x^2-4x}$$

а) ② в окрестности $x_0 = 0$ до $o(x^2)$; б) ④ в окрестности $x_0 = -2$ до $o((x+2)^{2n+1})$.

5. ④ Указать все точки непрерывности и точки разрыва, установить тип разрывов функции $f(x)$, определенной на $(-\pi, 2\pi)$, при этом

$$f(x) = \frac{(\pi^2 - 4x^2) \operatorname{tg} x}{|x|} \text{ при } x \in (-\pi, 2\pi), x \neq 0, x \neq \left(k + \frac{1}{2}\right)\pi, k = 0, \pm 1;$$

$$f(0) = f\left(\frac{3\pi}{2}\right) = \pi^2, \quad f\left(\frac{\pi}{2}\right) = 8, \quad f\left(-\frac{\pi}{2}\right) = -8.$$

6. ④ Найти в точке $(-1; -1)$ значение радиуса кривизны графика функции $y(x)$, заданной уравнением $x^3 + y^3 = 1 + 3y^2x$.

7. ⑤ Найти $\lim_{x \rightarrow +\infty} \left(\sqrt[3]{x^3 - 3x^2} - x + e^{\frac{1}{x}} \right) \cdot \ln^2 \operatorname{sh} x$.

8. ⑦ Построить кривую $x = \frac{t^2}{t^2 - 1}, \quad y = t + 1 + \frac{1}{t + 1}$.

9. ③ Установить, сходится или расходится последовательность $\{x_n\}$, $x_n > 0, n = 1, 2, \dots$, если $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{x_{n+1}}{x_n} \right)^2 = 4$.

ЭКЗАМЕНАЦИОННАЯ РАБОТА

Дисциплина: **Математический анализ**

Год: 2002/2003

Вариант: **3**

Курс: **1** Семестр: **осенний**

1. Вычислить интегралы

а) ③ $\int e^{-2x} \operatorname{arctg} e^{2x} dx$; б) ④ $\int \frac{\sin x}{\sin x + \cos x} dx$.

2. ⑤ Найти $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\cos(x\sqrt{1+x}) + \ln(1+x+x^2) - \arcsin x - 1}{e^{\operatorname{tg} x} - \operatorname{ch} x - x}$.

3. Построить графики функций

а) ④ $y = \frac{(2-x)^5}{(x-1)^4}$; б) ⑤ $y = \sqrt[3]{x^2(6-|x|)}$.

4. Разложить по формуле Тейлора функцию

$$y = \left(\frac{x^2}{2} + x \right) \sqrt{1-3x}$$

а) ② в окрестности $x_0 = 0$ до $o(x^3)$; б) ④ в окрестности $x_0 = -1$ до $o((x+1)^n)$.

5. ④ Указать все точки непрерывности и точки разрыва, установить тип разрывов функции $f(x)$, определенной на $(-\pi, 2\pi)$, при этом

$$f(x) = \frac{(\pi + 2x)^2 |\pi - 2x|}{\cos x} \text{ при } x \in (-\pi, 2\pi), x \neq \left(k + \frac{1}{2}\right)\pi, k = 0, \pm 1;$$

$$f\left(-\frac{\pi}{2}\right) = 0, \quad f\left(\frac{\pi}{2}\right) = f\left(\frac{3\pi}{2}\right) = 4\pi^2.$$

6. ④ Найти в точке $(-1; 2)$ значение радиуса кривизны графика функции $y(x)$, заданной уравнением $3x^2y + y^3 = 15 + x^3$.

7. ⑤ Найти $\lim_{x \rightarrow +0} \left(e^{x \operatorname{ctg} x - 1} + \frac{x^2}{3} \right)^{\frac{1}{x^4} + \ln^3 x}$.

8. ⑦ Построить кривую $x = \frac{1}{t(t+1)}, y = \frac{(t-1)^2}{t}$.

9. ③ Установить, сходится или расходится последовательность $\{x_n\}$, $x_n > 0, n = 1, 2, \dots$, если $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{x_n}{x_{n+1}} = \frac{1}{5}$.

ЭКЗАМЕНАЦИОННАЯ РАБОТА

Дисциплина: Математический анализ

Год: 2002/2003

Вариант: 4

Курс: 1 Семестр: осенний

1. Вычислить интегралы

а) ③ $\int \cos x \ln(2 - \cos^2 x) dx$; б) ④ $\int \frac{x^8}{(1 - x^3)^{3/2}} dx$.

2. ⑤ Найти $\lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{\sqrt[3]{1 + 3x - x^2} + \arcsin(\operatorname{tg} x) - 1 + \frac{4}{3} x^2}{2 \operatorname{arctg} x} \right)^{\frac{1}{x \operatorname{sh} x}}$.

3. Построить графики функций

а) ④ $y = 1 - \frac{(x + 2)^3}{x^2}$; б) ⑤ $y = \sqrt[3]{(x + 1)^2(8x - 4)}$.

4. Разложить по формуле Тейлора функцию

$$y = (x^2 - 6x)e^{6-2x}$$

а) ② в окрестности $x_0 = 0$ до $o(x^3)$; б) ④ в окрестности $x_0 = 3$ до $o((x - 3)^n)$.

5. ④ Указать все точки непрерывности и точки разрыва, установить тип разрывов функции $f(x)$, определенной на $\left(-\frac{\pi}{2}, \frac{3\pi}{2}\right)$, при этом

$$f(x) = \frac{|x| \operatorname{ctg} x}{1 + 2^{2x-\pi}} \text{ при } x \in \left(-\frac{\pi}{2}, \frac{3\pi}{2}\right), x \neq \frac{k\pi}{2}, k = 0, 1, 2;$$
$$f(0) = f\left(\frac{\pi}{2}\right) = f(\pi) = 0.$$

6. ④ Найти в точке $(2; -1)$ значение радиуса кривизны графика функции $y(x)$, заданной уравнением $x^3 + 3x^2y + y^3 + 5 = 0$.

7. ⑤ Найти $\lim_{x \rightarrow +\infty} \left(\sqrt{x+4} - \sqrt{x} - \sin \frac{2}{\sqrt{x}} \right)^2 \cdot \ln^3 \operatorname{ch} x$.

8. ⑦ Построить кривую $x = t + \frac{1}{t}$, $y = 2t + \frac{8}{t+1}$.

9. ③ Установить, сходится или расходится последовательность $\{x_n\}$, $x_n > 0$, $n = 1, 2, \dots$, если $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{x_{n+1}}{x_n} \right)^2 = \frac{1}{4}$.