

ЭКЗАМЕНАЦИОННАЯ РАБОТА

Дисциплина **Многомерный анализ, интегралы и ряды**

Курс **1** Семестр **2** Учебный год **2013–2014**

Фамилия студента _____ № группы _____

Сумма баллов	повышен.	базовый	Баллы БРС	
Фамилия проверяющего			Фамилия преподавателя	

1. ④ Найти первый и второй дифференциал функции $f(x, y) = \ln(1 + \sin xy)$ в точке $M_0(1, 0)$ и разложить $f(x, y)$ по формуле Тейлора до $o((x-1)^2 + y^2)$.

2. ④ Исследовать на дифференцируемость в точке $O(0, 0)$ функцию

$$f(x, y) = \begin{cases} \frac{x^3 - xy^2}{\sqrt[3]{x^4 + y^4 - 3(x^2y^2)/2}}, & x^2 + y^2 > 0; \\ 0, & x^2 + y^2 = 0. \end{cases}$$

3. ③ Вычислить площадь петли кривой $y^2 = x(x-1)^2$.

4. ④ Исследовать на сходимость интеграл $\int_0^{+\infty} \frac{(x^3 + \sqrt[3]{x})^\alpha}{\operatorname{arctg}(\sqrt{x}(|\ln x| + 1)^2)} dx$.

5. ④ Исследовать на абсолютную и условную сходимость интеграл $\int_1^{+\infty} \frac{1}{\sqrt{x}} \operatorname{arctg}\left(\frac{\sin \sqrt{x}}{x^{1/5}}\right) dx$.
Строго сформулировать все примененные утверждения.

6. ④ Исследовать на сходимость ряд $\sum_{n=1}^{\infty} \left(\sqrt[4]{n^4 + n^2} \cdot \operatorname{arctg} \frac{1}{n}\right)^{n^3}$.

7. ⑤ Последовательность $f_n(x) = \frac{n}{x} \ln\left(1 + \frac{1}{nx}\right)$ исследовать на поточечную и равномерную сходимость на множествах $E_1 = (0, 1)$ и $E_2 = (1, +\infty)$.

8. ⑥ Ряд $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\operatorname{arctg} x}{x\sqrt{n}} \left(\frac{x}{\sqrt{n}} - \sin \frac{x}{\sqrt{n}}\right)$ исследовать на поточечную и равномерную сходимость на множествах $E_1 = (0, 1)$ и $E_2 = (1, +\infty)$.

9. ④ Разложить по степеням x функцию $f(x) = 5x^2 \operatorname{arctg} \sqrt{\frac{x^4}{25 - x^4}}$ и найти радиус сходимости полученного ряда.

10*. ④ Исследовать, является ли множество $M = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : 3x^2 - 6x + 4y^2 + 16y + 14 \neq 0\}$ а) открытым; б) областью? Строго сформулировать все примененные утверждения.

МФТИ — 41

«Использование электронных средств любых типов и вспомогательных материалов запрещено»

С положением ознакомлен: _____ (Фамилия студента)

ЭКЗАМЕНАЦИОННАЯ РАБОТА

Дисциплина **Многомерный анализ, интегралы и ряды**

Курс **1** Семестр **2** Учебный год **2013–2014**

Фамилия студента _____ № группы _____

Сумма баллов	повышен.	базовый	Баллы БРС	
Фамилия проверяющего			Фамилия преподавателя	

1. ④ Найти первый и второй дифференциал функции $f(x, y) = e^{\cos xy}$ в точке $M_0(1, 0)$ и разложить $f(x, y)$ по формуле Тейлора до $o((x-1)^2 + y^2)$.

2. ④ Исследовать на дифференцируемость в точке $O(0, 0)$ функцию

$$f(x, y) = \begin{cases} \frac{y^2 + xy}{\sqrt[5]{x^4 + y^4 - x^2y^2}}, & x^2 + y^2 > 0; \\ 0, & x^2 + y^2 = 0. \end{cases}$$

3. ③ Найти объем тела, образованного вращением кривой $y = \arcsin x$ вокруг оси Ox , если $0 \leq x \leq 1$.

4. ④ Исследовать на сходимость интеграл $\int_0^{+\infty} \frac{(x^3 + \sqrt[3]{x})^\alpha \operatorname{sh}(\ln(1+x))}{\ln^{3/2}(1+x)} dx$.

5. ④ Исследовать на абсолютную и условную сходимость интеграл $\int_1^{+\infty} \frac{1}{\sqrt{x}} \operatorname{sh}\left(\frac{\sin \sqrt{x}}{x^{3/14}}\right) dx$.

Строго сформулировать все примененные утверждения.

6. ④ Исследовать на сходимость ряд $\sum_{n=1}^{\infty} \left(\exp \frac{1}{n+1} - \sin \frac{1}{n}\right)^{n^3}$.

7. ⑤ Последовательность $f_n(x) = nx^2 \sin \frac{x}{n}$ исследовать на поточечную и равномерную сходимость на множествах $E_1 = (0, 1)$ и $E_2 = (1, +\infty)$.

8. ⑥ Ряд $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\ln(1+x)}{x\sqrt{n}} \left(\operatorname{tg} \frac{x}{\sqrt{n}} - \frac{x}{\sqrt{n}}\right)$ исследовать на поточечную и равномерную сходимость на множествах $E_1 = (0, 1)$ и $E_2 = (1, +\infty)$.

9. ④ Разложить по степеням x функцию $f(x) = 5x^2 \arccos \sqrt{\frac{x^4}{25+x^4}}$ и найти радиус сходимости полученного ряда.

10*. ④ Исследовать, является ли множество $M = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : 3x^2 - 30x + 4y + 75 \neq 0\}$ а) открытым; б) областью? Строго сформулировать все примененные утверждения.

МФТИ — 42

«Использование электронных средств любых типов и вспомогательных материалов запрещено»

С положением ознакомлен: _____ (Фамилия студента)

ЭКЗАМЕНАЦИОННАЯ РАБОТА

Дисциплина **Многомерный анализ, интегралы и ряды**

Курс **1** Семестр **2** Учебный год **2013–2014**

Фамилия студента _____ № группы _____

Сумма баллов	повышен.	базовый	Баллы БРС	
Фамилия проверяющего			Фамилия преподавателя	

1. ④ Найти первый и второй дифференциал функции $f(x, y) = \ln(1 + \cos xy)$ в точке $M_0(0, 1)$ и разложить $f(x, y)$ по формуле Тейлора до $o(x^2 + (y - 1)^2)$.

2. ④ Исследовать на дифференцируемость в точке $O(0, 0)$ функцию

$$f(x, y) = \begin{cases} \frac{(x + y)^3}{\sqrt[3]{(x^2 - y^2)^2 + (xy)^2/3}}, & x^2 + y^2 > 0; \\ 0, & x^2 + y^2 = 0. \end{cases}$$

3. ③ Вычислить длину петли кривой $9y^2 = x(x - 3)^2$.

4. ④ Исследовать на сходимость интеграл $\int_0^{+\infty} \frac{(x^2 + \sqrt{x})^\alpha}{\operatorname{arctg}(x^{1/3} \cdot (|\ln x| + 1))} dx$.

5. ④ Исследовать на абсолютную и условную сходимость интеграл $\int_1^{+\infty} x \sin\left(\frac{\sin x^2}{x^{4/5}}\right) dx$.

Строго сформулировать все примененные утверждения.

6. ④ Исследовать на сходимость ряд $\sum_{n=1}^{\infty} \left(\sqrt[7]{n^7 + n^5} \cdot \sin \frac{1}{n}\right)^{n^3}$.

7. ⑤ Последовательность $f_n(x) = \frac{n}{x^2} \operatorname{arctg} \frac{1}{nx}$ исследовать на поточечную и равномерную сходимость на множествах $E_1 = (0, 1)$ и $E_2 = (1, +\infty)$.

8. ⑥ Ряд $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{x \ln(1 + 1/x)}{\sqrt{n}} \left(\frac{1}{x\sqrt{n}} - \sin \frac{1}{x\sqrt{n}}\right)$ исследовать на поточечную и равномерную сходимость на множествах $E_1 = (0, 1)$ и $E_2 = (1, +\infty)$.

9. ④ Разложить по степеням x функцию $f(x) = 7x \operatorname{arccotg} \sqrt{\frac{x^4}{49 - x^4}}$ и найти радиус сходимости полученного ряда.

10*. ④ Исследовать, является ли множество $M = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : 3x^2 - 24x + 4y^2 + 8y + 45 \neq 0\}$ а) открытым; б) областью? Строго сформулировать все примененные утверждения.

МФТИ — 43

«Использование электронных средств любых типов и вспомогательных материалов запрещено»

С положением ознакомлен: _____ (Фамилия студента)

ЭКЗАМЕНАЦИОННАЯ РАБОТА

Дисциплина **Многомерный анализ, интегралы и ряды**

Курс **1** Семестр **2** Учебный год **2013–2014**

Фамилия студента _____ № группы _____

Сумма баллов	повышен.	базовый	Баллы БРС	
Фамилия проверяющего			Фамилия преподавателя	

1. ④ Найти первый и второй дифференциал функции $f(x, y) = e^{\sin xy}$ в точке $M_0(1, 0)$ и разложить $f(x, y)$ по формуле Тейлора до $o((x-1)^2 + y^2)$.

2. ④ Исследовать на дифференцируемость в точке $O(0, 0)$ функцию

$$f(x, y) = \begin{cases} \frac{(x-y)^2}{\sqrt[5]{(x^2-y^2)^2 + 2(xy)^2/3}}, & x^2 + y^2 > 0; \\ 0, & x^2 + y^2 = 0. \end{cases}$$

3. ③ Найти площадь поверхности, образованной вращением петли кривой $9y^2 = x(x-3)^2$ вокруг оси Ox .

4. ④ Исследовать на сходимость интеграл $\int_0^{+\infty} \frac{(x^5 + \sqrt[5]{x})^\alpha}{\operatorname{ch}(\ln x^2) \cdot \ln(x+1)} dx$.

5. ④ Исследовать на абсолютную и условную сходимость интеграл $\int_1^{+\infty} x^2 \operatorname{tg}\left(\frac{\sin x^3}{x^{9/7}}\right) dx$.

Строго сформулировать все примененные утверждения.

6. ④ Исследовать на сходимость ряд $\sum_{n=2}^{\infty} \left(1 + \frac{1}{n} - \sin \frac{n}{n^2-1}\right)^{n^4}$.

7. ⑤ Последовательность $f_n(x) = nx \left(1 - \exp\left(-\frac{x}{n}\right)\right)$ исследовать на поточечную и равномерную сходимость на множествах $E_1 = (0, 1)$ и $E_2 = (1, +\infty)$.

8. ⑥ Ряд $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{x \operatorname{arctg}(1/x)}{\sqrt{n}} \left(\operatorname{tg} \frac{1}{x\sqrt{n}} - \frac{1}{x\sqrt{n}}\right)$ исследовать на поточечную и равномерную сходимость на множествах $E_1 = (0, 1)$ и $E_2 = (1, +\infty)$.

9. ④ Разложить по степеням x функцию $f(x) = 7x^2 \arccos \sqrt{\frac{x^4}{49+x^4}}$ и найти радиус сходимости полученного ряда.

10*. ④ Исследовать, является ли множество $M = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : 5x^2 - 10x + 3y + 5 \neq 0\}$ а) открытым; б) областью? Строго сформулировать все примененные утверждения.

МФТИ — 44

«Использование электронных средств любых типов и вспомогательных материалов запрещено»

С положением ознакомлен: _____ (Фамилия студента)