

ЭКЗАМЕНАЦИОННАЯ РАБОТА

Дисциплина **Многомерный анализ, интегралы и ряды**

Курс **1** Семестр **2** Учебный год **2011–2012**

Фамилия студента _____ № группы _____

Сумма баллов	повышен.	базовый	Оценка	пятибалл.	десятибалл.
Фамилия проверяющего			Фамилия экзаменатора		

1. ③ Исследовать числовой ряд $\sum_{n=1}^{\infty} 2^n \left(\frac{n}{n+1}\right)^{n^2+n}$ на сходимость.

2. ③ Вычислить площадь фигуры, ограниченной заданной в полярных координатах кривой, $r = \sqrt{\arccos(\varphi/\pi)}$, $\varphi \in [0, \pi]$.

3. ③ Исследовать на сходимость интеграл $I = \int_0^{\pi/2} \frac{\sin^\alpha(\sin t)}{\cos^\alpha t} dt$ при $\alpha \in \mathbb{R}$.

4. ⑥ Исследовать на сходимость и абсолютную сходимость интеграл при $\alpha \in \mathbb{R}$:

$$I = \int_0^1 \frac{\cos(t^{-2})}{(2 - t^2 \cos(t^{-2}))^2} t^\alpha dt.$$

5. ④ Исследовать функцию $f(x, y) = \begin{cases} \operatorname{tg}\left(\frac{xy^3}{x^2 + y^4}\right), & x^2 + y^2 \neq 0; \\ 0, & x^2 + y^2 = 0; \end{cases}$ на дифференцируемость в точке $(0, 0)$.

6. ④ Найти первый и второй дифференциал функции $f(x, y) = (\cos x - \sin y)^{1/3}$ в точке $M_0 = (0, 0)$; написать формулу Тейлора с точностью до $o(\rho^2)$.

7. ③ Исследовать на сходимость и равномерную сходимость на множествах $E_1 = (0, 1)$ и $E_2 = (1, \infty)$ функциональную последовательность $f_n(x) = \sin\left(\frac{nx^2}{n^2x^4 + 1}\right)$.

8. ⑥ Исследовать на сходимость и равномерную сходимость на множествах $E_1 = (0, 1)$ и $E_2 = (1, \infty)$ функциональный ряд $\sum_{n=1}^{\infty} xe^{-nx^2}$.

9. ④ Функцию $F(x) = \int_0^x \ln(t + \sqrt{4 + t^2}) dt$ разложить в ряд Маклорена и найти его радиус сходимости.

10*. ⑤ Пусть $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ и $g: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ равномерно непрерывные функции. Будет ли равномерно непрерывной на \mathbb{R} композиция $h = f \circ g$?

МФТИ — 21

«Использование электронных средств любых типов во время экзамена запрещено»

С положением ознакомлен: _____ (Фамилия студента)

ЭКЗАМЕНАЦИОННАЯ РАБОТА

Дисциплина **Многомерный анализ, интегралы и ряды**

Курс **1** Семестр **2** Учебный год **2011–2012**

Фамилия студента _____ № группы _____

Сумма баллов	повышен.	базовый	Оценка	пятибалл.	десятибалл.
Фамилия проверяющего			Фамилия экзаменатора		

1. ③ Исследовать числовой ряд $\sum_{n=1}^{\infty} 2^{-n} (n (e^{1/n} - 1))^n$ на сходимость.

2. ③ Вычислить площадь фигуры, ограниченной заданной в полярных координатах кривой, $r = \cos \varphi$, $\varphi \in [-\pi/4, \pi/4]$.

3. ③ Исследовать на сходимость интеграл $I = \int_0^{\pi/2} \frac{\sin^\alpha(\cos t)}{\sin^\alpha t} dt$ при $\alpha \in \mathbb{R}$.

4. ⑥ Исследовать на сходимость и абсолютную сходимость интеграл при $\alpha \in \mathbb{R}$:

$$I = \int_0^1 \frac{\sin(t^{-4})}{(2 - t^4 \sin(t^{-4}))^2} t^\alpha dt.$$

5. ④ Исследовать функцию $f(x, y) = \begin{cases} \exp\left(\frac{xy^4}{x^2 + y^6}\right), & x^2 + y^2 \neq 0; \\ 1, & x^2 + y^2 = 0; \end{cases}$ на дифференцируемость в точке $(0, 0)$.

6. ④ Найти первый и второй дифференциал функции $f(x, y) = (\operatorname{ch} x + \operatorname{sh} y)^{1/3}$ в точке $M_0 = (0, 0)$; написать формулу Тейлора с точностью до $o(\rho^2)$.

7. ③ Исследовать на сходимость и равномерную сходимость на множествах $E_1 = (0, 1)$ и $E_2 = (1, \infty)$ функциональную последовательность $f_n(x) = \sqrt{\frac{nx^2}{n^2x^4 + 1}}$.

8. ⑥ Исследовать на сходимость и равномерную сходимость на множествах $E_1 = (0, 1)$ и $E_2 = (1, \infty)$ функциональный ряд $\sum_{n=1}^{\infty} \sqrt{x} e^{-nx}$.

9. ④ Функцию $F(x) = \int_0^x \arcsin t dt$ разложить в ряд Маклорена и найти его радиус сходимости.

10*. ⑤ Пусть $f : (a, b) \rightarrow (c, d)$ и $g : (c, d) \rightarrow \mathbb{R}$; функция f непрерывна, но не равномерно непрерывна на (a, b) ; функция g непрерывна, но не равномерно непрерывна на (c, d) . Может ли функция $h = g \circ f$ быть равномерно непрерывной на (a, b) ?

МФТИ — 22

«Использование электронных средств любых типов во время экзамена запрещено»

С положением ознакомлен: _____ (Фамилия студента)

ЭКЗАМЕНАЦИОННАЯ РАБОТА

Дисциплина **Многомерный анализ, интегралы и ряды**

Курс **1** Семестр **2** Учебный год **2011–2012**

Фамилия студента _____ № группы _____

Сумма баллов	повышен.	базовый
Фамилия проверяющего		

Оценка	пятибалл.	десятибалл.
Фамилия экзаменатора		

1. ③ Исследовать числовой ряд $\sum_{n=1}^{\infty} 2^{n/2} \left(n \ln \left(1 + \frac{1}{n} \right) \right)^{n^2}$ на сходимость.

2. ③ Вычислить площадь фигуры, ограниченной заданной в полярных координатах кривой, $r = \sqrt{\arcsin(\varphi/\pi)}$, $\varphi \in [0, \pi]$.

3. ③ Исследовать на сходимость интеграл $I = \int_0^{\pi/2} \frac{\sin^\alpha(\sin t)}{\operatorname{ctg}^\alpha t} dt$ при $\alpha \in \mathbb{R}$.

4. ⑥ Исследовать на сходимость и абсолютную сходимость интеграл при $\alpha \in \mathbb{R}$:

$$I = \int_0^1 \frac{\sin(t^{-2})}{(2 - t^2 \sin(t^{-2}))^4} t^\alpha dt.$$

5. ④ Исследовать функцию $f(x, y) = \begin{cases} \sin\left(\frac{x^3 y}{x^4 + y^2}\right), & x^2 + y^2 \neq 0; \\ 0, & x^2 + y^2 = 0; \end{cases}$ на дифференцируемость в точке $(0, 0)$.

6. ④ Найти первый и второй дифференциал функции $f(x, y) = (\cos x + \sin y)^{1/2}$ в точке $M_0 = (0, 0)$; написать формулу Тейлора с точностью до $o(\rho^2)$.

7. ③ Исследовать на сходимость и равномерную сходимость на множествах $E_1 = (0, 1)$ и $E_2 = (1, \infty)$ функциональную последовательность $f_n(x) = \cos\left(\frac{n^2 x}{n^4 x^2 + 1}\right)$.

8. ⑥ Исследовать на сходимость и равномерную сходимость на множествах $E_1 = (0, 1)$ и $E_2 = (1, \infty)$ функциональный ряд $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{e^{-n/x^2}}{x}$.

9. ④ Функцию $F(x) = \int_0^x t \arccos t dt$ разложить в ряд Маклорена и найти его радиус сходимости.

10*. ⑤ Пусть $f : (a, b) \rightarrow (c, d)$ и $g : (c, d) \rightarrow \mathbb{R}$; функция f равномерно непрерывна на (a, b) ; функция g непрерывна, но не равномерно непрерывна на (c, d) . Будет ли функция $h = g \circ f$ равномерно непрерывной на (a, b) ?

МФТИ — 23

«Использование электронных средств любых типов во время экзамена запрещено»

С положением ознакомлен: _____ (Фамилия студента)

ЭКЗАМЕНАЦИОННАЯ РАБОТА

Дисциплина **Многомерный анализ, интегралы и ряды**

Курс **1** Семестр **2** Учебный год **2011–2012**

Фамилия студента _____ № группы _____

Сумма баллов	повышен.	базовый	Оценка	пятибалл.	десятибалл.
Фамилия проверяющего			Фамилия экзаменатора		

1. ③ Исследовать числовой ряд $\sum_{n=1}^{\infty} 2^{-n} (n(4^{1/n} - 1))^n$ на сходимость.

2. ③ Вычислить площадь фигуры, ограниченной заданной в полярных координатах кривой, $r = \sin \varphi$, $\varphi \in [0, \pi]$.

3. ③ Исследовать на сходимость интеграл $I = \int_0^{\pi/2} \frac{\sin^\alpha(\cos t)}{\operatorname{tg}^\alpha t} dt$ при $\alpha \in \mathbb{R}$.

4. ⑥ Исследовать на сходимость и абсолютную сходимость интеграл при $\alpha \in \mathbb{R}$:

$$I = \int_0^1 \frac{\cos(t^{-3})}{(2 - t^3 \cos(t^{-3}))^3} t^\alpha dt.$$

5. ④ Исследовать функцию $f(x, y) = \begin{cases} \ln\left(1 + \frac{x^4 y}{x^6 + y^2}\right), & x^2 + y^2 \neq 0; \\ 0, & x^2 + y^2 = 0; \end{cases}$ на дифференцируемость в точке $(0, 0)$.

6. ④ Найти первый и второй дифференциал функции $f(x, y) = (\operatorname{ch} x - \operatorname{sh} y)^{1/2}$ в точке $M_0 = (0, 0)$; написать формулу Тейлора с точностью до $o(\rho^2)$.

7. ③ Исследовать на сходимость и равномерную сходимость на множествах $E_1 = (0, 1)$ и $E_2 = (1, \infty)$ функциональную последовательность $f_n(x) = \sqrt{\frac{n^2}{n^4 x + 1}}$.

8. ⑥ Исследовать на сходимость и равномерную сходимость на множествах $E_1 = (0, 1)$ и $E_2 = (1, \infty)$ функциональный ряд $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{e^{-n/x}}{\sqrt{x}}$.

9. ④ Функцию $F(x) = \int_0^x t \ln(t + \sqrt{1 + t^2}) dt$ разложить в ряд Маклорена и найти его радиус сходимости.

10*. ⑤ Пусть $f : (a, b) \rightarrow (c, d)$ и $g : (c, d) \rightarrow \mathbb{R}$; функция f равномерно непрерывна на (a, b) ; функция g непрерывна, но не равномерно непрерывна на (c, d) . Может ли функция $h = g \circ f$ быть равномерно непрерывной на (a, b) ?

МФТИ — 24

«Использование электронных средств любых типов во время экзамена запрещено»

С положением ознакомлен: _____ (Фамилия студента)