

ЭКЗАМЕНАЦИОННАЯ РАБОТА

Дисциплина **Математический анализ** Курс **1** Семестр **2** 2009–2010 уч. год

Фамилия студента _____ № группы _____

Сумма баллов	
Фамилия проверяющего	

Оценка	
Фамилия экзаменатора	

1. ⑤ Найти первый и второй дифференциал функции $f(x, y)$ в точке $M_0(1, 0)$ и выписать формулу Тейлора до $o((x-1)^2 + y^2)$, где $f(x, y) = \operatorname{th}(x \cos y - 1)$.

2. ⑥ Исследовать на непрерывность и дифференцируемость при всех $\alpha \in \mathbb{R}$ функцию $f(x, y) = \begin{cases} \ln(1 + |x|^{1/2} \cdot |y|^\alpha), & x^2 + y^2 \neq 0, \\ 0, & x^2 + y^2 = 0, \end{cases}$ в точке $(0, 0)$.

3. ③ Найти длину дуги кривой $y = \ln(1 + \sin x)$, $x \in [0, \pi/2]$.

4. Исследовать на сходимость и абсолютную сходимость интегралы:

a) ④ $\int_0^{+\infty} \frac{\operatorname{arctg} x \, dx}{(1+x^2)(e^x-1)^\alpha}$;

b) ⑥ $\int_0^1 \frac{\ln^\alpha(1+x^2) \cos \frac{1}{x} \, dx}{x^4}$.

5. ② Исследовать на сходимость ряд $\sum_{n=1}^{\infty} \left(\operatorname{ch} \frac{1}{\sqrt{n}} \right)^{-n^2}$.

6. ⑤ Последовательность $f_n(x) = e^x \cos \frac{1}{nx}$ исследовать на сходимость и равномерную сходимость на множествах $E_1 = (1, 2)$ и $E_2 = (2, +\infty)$.

7. ⑤ Ряд $\sum_{n=1}^{\infty} \left(e^{x/\sqrt{n}} - 1 \right) \operatorname{arctg} \frac{x^2}{n+1}$ исследовать на сходимость и равномерную сходимость на множествах $E_1 = (0, 1)$ и $E_2 = (1, +\infty)$.

8. ④ Разложить в ряд по степеням x функцию $f(x) = x^2 \operatorname{arccos} \frac{4x}{4+x^2}$ и найти радиус сходимости полученного ряда.

9. ④ У непрерывных функций $f(x)$ и $g(x)$ интеграл $\int_1^{\infty} f(x) \, dx$ сходится условно, а интеграл $\int_1^{\infty} g(x) \, dx$ сходится абсолютно. Может ли интеграл $\int_1^{\infty} f(x)g(x) \, dx$: а) сходиться абсолютно; б) сходиться условно?

ЭКЗАМЕНАЦИОННАЯ РАБОТА

Дисциплина **Математический анализ** Курс **1** Семестр **2** 2009–2010 уч. год

Фамилия студента _____ № группы _____

Сумма баллов	
Фамилия проверяющего	

Оценка	
Фамилия экзаменатора	

1. ⑤ Найти первый и второй дифференциал функции $f(x, y)$ в точке $M_0(0, 1)$ и выписать формулу Тейлора до $o(x^2 + (y - 1)^2)$, где $f(x, y) = \ln(1 + y \sin x)$.

2. ⑥ Исследовать на непрерывность и дифференцируемость при всех $\alpha \in \mathbb{R}$ функцию $f(x, y) = \begin{cases} \operatorname{arctg}(|x|^\alpha \cdot |y|^{1/3}), & x^2 + y^2 \neq 0, \\ 0, & x^2 + y^2 = 0, \end{cases}$ в точке $(0, 0)$.

3. ③ Найти площадь фигуры, ограниченной кривыми $y = e^x \sin x$, $y = 0$, $x = \pi/4$.

4. Исследовать на сходимость и абсолютную сходимость интегралы:

а) ④ $\int_1^{+\infty} \frac{\operatorname{arctg}(x-1) dx}{e^x(x-\sqrt[3]{x})^\alpha}$;

б) ⑥ $\int_1^{+\infty} \ln^\alpha \left(1 + \frac{1}{x}\right) \sin x^3 dx$.

5. ② Исследовать на сходимость ряд $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{3^{2n}(n!)^4}{(3n)!(n+1)!}$.

6. ⑤ Последовательность $f_n(x) = \sqrt{n} \ln \left(1 + \sqrt{\frac{x}{n}}\right)$ исследовать на сходимость и равномерную сходимость на множествах $E_1 = (0, 1)$ и $E_2 = (1, +\infty)$.

7. ⑤ Ряд $\sum_{n=1}^{\infty} \left(1 - \cos \frac{x^2 \sqrt{x}}{\sqrt{n}}\right) \operatorname{arctg} \frac{e^x}{\sqrt{n}}$ исследовать на сходимость и равномерную сходимость на множествах $E_1 = (0, 1)$ и $E_2 = (1, +\infty)$.

8. ④ Разложить в ряд по степеням x функцию $f(x) = x^4 \operatorname{arctg} \frac{3x}{\sqrt{1-9x^2}}$ и найти радиус сходимости полученного ряда.

9. ④ У непрерывных функций $f(x)$ и $g(x)$ интегралы $\int_1^{\infty} f(x) dx$ и $\int_1^{\infty} g(x) dx$ сходятся условно.

Может ли интеграл $\int_1^{\infty} f(x)g(x) dx$: а) сходитья абсолютно; б) сходитья условно; с) расходиться?

ЭКЗАМЕНАЦИОННАЯ РАБОТА

Дисциплина **Математический анализ** Курс **1** Семестр **2** 2009–2010 уч. год

Фамилия студента _____ № группы _____

Сумма баллов	
Фамилия проверяющего	

Оценка	
Фамилия экзаменатора	

1. ⑤ Найти первый и второй дифференциал функции $f(x, y)$ в точке $M_0(1, 0)$ и выписать формулу Тейлора до $o((x-1)^2 + y^2)$, где $f(x, y) = \operatorname{tg}(y^3 + \ln x)$.

2. ⑥ Исследовать на непрерывность и дифференцируемость при всех $\alpha \in \mathbb{R}$ функцию $f(x, y) = \begin{cases} \ln(1 + |x|^{1/4} \cdot |y|^\alpha), & x^2 + y^2 \neq 0, \\ 0, & x^2 + y^2 = 0, \end{cases}$ в точке $(0, 0)$.

3. ③ Найти площадь поверхности, образованной вращением кривой $y = \sqrt{1+x^2}$, $x \in [0, 1]$, вокруг оси Ox .

4. Исследовать на сходимость и абсолютную сходимость интегралы:

а) ④ $\int_0^{+\infty} \frac{x^{-\alpha} dx}{e^{\alpha x}(e^x - 1)}$;

б) ⑥ $\int_0^1 \frac{\operatorname{arctg}^\alpha x^2}{x^3} \sin \frac{1}{x} dx$.

5. ② Исследовать на сходимость ряд $\sum_{n=1}^{\infty} \left(n \operatorname{sh} \frac{1}{n} \right)^{-n^3}$.

6. ⑤ Последовательность $f_n(x) = n \operatorname{arctg} \frac{\operatorname{tg} x}{n}$ исследовать на сходимость и равномерную сходимость на множествах $E_1 = (0, \pi/4)$ и $E_2 = (\pi/4, \pi/2)$.

7. ⑤ Ряд $\sum_{n=1}^{\infty} \operatorname{sh} \frac{e^x}{n} \sin \frac{x}{\sqrt{n}}$ исследовать на сходимость и равномерную сходимость на множествах $E_1 = (0, 1)$ и $E_2 = (1, +\infty)$.

8. ④ Разложить в ряд по степеням x функцию $f(x) = x \operatorname{arctg} \frac{2+x^3}{2-x^3}$ и найти радиус сходимости полученного ряда.

9. ④ У непрерывных функций $f(x)$ и $g(x)$ интеграл $\int_1^{\infty} f(x) dx$ сходится условно, а интеграл $\int_1^{\infty} g(x) dx$ сходится абсолютно. Может ли интеграл $\int_1^{\infty} f(x)g(x) dx$: а) сходиться абсолютно; б) сходиться условно?

ЭКЗАМЕНАЦИОННАЯ РАБОТА

Дисциплина **Математический анализ** Курс **1** Семестр **2** 2009–2010 уч. год

Фамилия студента _____ № группы _____

Сумма баллов	
Фамилия проверяющего	

Оценка	
Фамилия экзаменатора	

1. ⑤ Найти первый и второй дифференциал функции $f(x, y)$ в точке $M_0(1, 0)$ и выписать формулу Тейлора до $o((x-1)^2 + y^2)$, где $f(x, y) = \operatorname{arctg}(x^2 - e^y)$.

2. ⑥ Исследовать на непрерывность и дифференцируемость при всех $\alpha \in \mathbb{R}$ функцию $f(x, y) = \begin{cases} \sin(|x|^\alpha \cdot |y|^{1/5}), & x^2 + y^2 \neq 0, \\ 0, & x^2 + y^2 = 0, \end{cases}$ в точке $(0, 0)$.

3. ③ Найти объем тела, образованного вращением вокруг оси Ox фигуры, ограниченной кривыми: $y = 1/(1+x^2)$, $y = 0$, $x = 0$, $x = 1$.

4. Исследовать на сходимость и абсолютную сходимость интегралы:

a) ④ $\int_0^{+\infty} \frac{(x^\alpha + x) dx}{e^x \operatorname{arctg} x}$; b) ⑥ $\int_1^{+\infty} \operatorname{arctg}^\alpha \frac{1}{x} \cdot \cos x^3 dx$.

5. ② Исследовать на сходимость ряд $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{3^{2n} \cdot (2n)!}{n^n \cdot n!}$.

6. ⑤ Последовательность $f_n(x) = x^2 \sqrt{1 + \frac{1}{nx}}$ исследовать на сходимость и равномерную сходимость на множествах $E_1 = (0, 1)$ и $E_2 = (1, +\infty)$.

7. ⑤ Ряд $\sum_{n=1}^{\infty} \ln \left(1 + \frac{e^x}{n} \right) \sin \frac{x^3}{\sqrt{n}}$ исследовать на сходимость и равномерную сходимость на множествах $E_1 = (0, 1)$ и $E_2 = (1, +\infty)$.

8. ④ Разложить в ряд по степеням x функцию $f(x) = x^3 \operatorname{arccos} \frac{2x}{\sqrt{1+4x^2}}$ и найти радиус сходимости полученного ряда.

9. ④ У непрерывных функций $f(x)$ и $g(x)$ интегралы $\int_1^{\infty} f(x) dx$ и $\int_1^{\infty} g(x) dx$ сходятся условно.

Может ли интеграл $\int_1^{\infty} f(x)g(x) dx$: а) сходитьсся абсолютно; б) сходитьсся условно; с) расходитьсся?