ЭКЗАМЕНАЦИОННАЯ РАБОТА

Дисциплина $\boxed{\text{Математический анализ}}$

Курс $\boxed{1}$ Семестр $\boxed{2}$ 2008/2009 уч.г.

Фамилия студента ______________________________ **№ группы** __________

Сумма баллов	
Фамилия проверяющего	

Оценка	
Фамилия экзаменатора	

1.④ Найти первый и второй дифференциалы функции $f(x,y)$ в точке $M(1;0)$ и представить функцию $f(x,y)$ формулой Тейлора в окрестности этой точки до $o\left((x-1)^2+y^2\right)$, если

$$f(x,y) = x^2 + \operatorname{tg}(\ln(x-y)).$$

2.③ Найти площадь поверхности, образованной вращением вокруг оси Ox кривой

$$y = \sin x, \quad x \in [0,\pi].$$

3.③ Разложить функцию $f(x) = \ln(10+3x-x^2)$ в ряд Тейлора в окрестности точки $x_0 = 2$ и найти радиус сходимости полученного ряда.

4.④ Исследовать на сходимость ряд

$$\sum_{n=1}^{\infty}\left(\sqrt[3]{n^3+\frac{n}{3}}\,\sin\frac{1}{n}\right)^{-n^3}.$$

---

5. Исследовать на абсолютную и условную сходимость интегралы

а) ④ $\displaystyle\int_0^{+\infty}\frac{(x^2+x^3)^{\alpha}}{e^x\arcsin\left(\sqrt{x}\,e^{-x}\right)}\,dx$; б) ⑤ $\displaystyle\int_6^{+\infty}\operatorname{arctg}\left(\frac{\cos x\cdot\ln\left(x+x^2\right)}{\sqrt[9]{x^4}}\right)dx$.

---

6. Исследовать на сходимость и равномерную сходимость

а) ④ на множествах $E_1 = (0;1)$ и $E_2 = (1;+\infty)$ функциональную последовательность $f_n(x) = n\ln\left(1+\dfrac{x}{n}\right)$;

б) ⑥ на множествах $E_1 = (-\infty;0)$ и $E_2 = (0;+\infty)$ функциональный ряд $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty}\frac{1}{\sqrt{n}}\,\frac{e^x}{n\,e^{2x}+1}$.

7.⑥ Исследовать на дифференцируемость в точке $O(0;0)$ функцию

$$f(x,y) = \begin{cases}\dfrac{y^2}{x}\operatorname{sh}(3x), & x \neq 0,\\ y^3+|y|^{3/2}, & x = 0.\end{cases}$$

ЭКЗАМЕНАЦИОННАЯ РАБОТА

Дисциплина $\boxed{\text{Математический анализ}}$

Курс $\boxed{1}$ Семестр $\boxed{2}$ 2008/2009 уч.г.

Фамилия студента ______________________ **№ группы** ________

Сумма баллов	
Фамилия проверяющего	

Оценка	
Фамилия экзаменатора	

1.④ Найти первый и второй дифференциалы функции $f(x,y)$ в точке $M(0;1)$ и представить функцию $f(x,y)$ формулой Тейлора в окрестности этой точки до $o\left(x^2+(y-1)^2\right)$, если

$$f(x,y) = y^2 + \arcsin\left(1 - \frac{1}{x+y}\right).$$

2.③ Найти длину графика функции

$$y = \ln\cos x, \quad x \in [0,\pi/6].$$

3.③ Разложить функцию $f(x) = \dfrac{1}{\sqrt{x+1}+\sqrt{x+6}}$ в ряд Тейлора в окрестности точки $x_0 = 3$ и найти радиус сходимости полученного ряда.

4.④ Исследовать на сходимость ряд

$$\sum_{n=1}^{\infty} (n - \operatorname{arctg} n)^n \frac{1}{n!}.$$

---

5. Исследовать на абсолютную и условную сходимость интегралы

а) ④ $\displaystyle\int_0^{+\infty} \frac{\ln\left(x^3+\operatorname{ch} x\right)}{(x^2+\sqrt{x})^{\alpha}}\,dx$; б) ⑤ $\displaystyle\int_3^{+\infty} \sin\left(\frac{\sin x \cdot \operatorname{sh}\ln x}{\sqrt[7]{x^{10}}}\right) dx$.

---

6. Исследовать на сходимость и равномерную сходимость на множествах $E_1 = (0;1)$ и $E_2 = (1;+\infty)$

а) ④ функциональную последовательность $f_n(x) = n \operatorname{arctg} \dfrac{1}{xn}$;

б) ⑥ функциональный ряд $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\sqrt{n}} \ln\left(1+\frac{\sqrt{x}}{n+x}\right)$.

7.⑥ Исследовать на дифференцируемость в точке $O(0;0)$ функцию

$$f(x,y) = \begin{cases} \dfrac{x^2}{y}\operatorname{tg}(3y), & y \neq 0, \\ x^5 + |x|^{5/4}, & y = 0. \end{cases}$$

ЭКЗАМЕНАЦИОННАЯ РАБОТА

Дисциплина Математический анализ

Курс 1 Семестр 2 2008/2009 уч.г.

Фамилия студента ______________________ **№ группы** ________

Сумма баллов	
Фамилия проверяющего	

Оценка	
Фамилия экзаменатора	

1.④ Найти первый и второй дифференциалы функции $f(x,y)$ в точке $M(0;-1)$ и представить функцию $f(x,y)$ формулой Тейлора в окрестности этой точки до $o\left(x^2+(y+1)^2\right)$, если

$$f(x,y) = y^2 + \operatorname{arctg}\left(-1+\sqrt{x-y}\right).$$

2.③ Найти объем тела, образованного вращением вокруг оси Ox фигуры

$$0 \leqslant y \leqslant \arcsin x, \quad x \in [0,1].$$

3.③ Разложить функцию в ряд Тейлора $f(x) = \ln\left(\frac{4+x}{4-x}\right)$ в окрестности точки $x_0 = 1$ и найти радиус сходимости полученного ряда.

4.④ Исследовать на сходимость ряд

$$\sum_{n=1}^{\infty}\left(\sqrt{n^2+\frac{n}{2}}\,\ln\left(1+\frac{1}{n}\right)\right)^{n^2}.$$

---

5. Исследовать на абсолютную и условную сходимость интегралы

а) ④ $\displaystyle\int_0^{+\infty}\frac{\left(x+x^2\right)^{\alpha}}{\ln\left(1+\sqrt{x}+\operatorname{sh}x\right)}\,dx$; б) ⑤ $\displaystyle\int_8^{+\infty}\operatorname{sh}\left(\frac{\cos x\cdot\operatorname{arctg}(x^3-20x^2+1)}{\sqrt[8]{x^3}}\right)dx$.

---

6. Исследовать на сходимость и равномерную сходимость на множествах $E_1 = (0;1)$ и $E_2 = (1;+\infty)$

а) ④ функциональную последовательность $f_n(x) = n\sin\frac{x^2}{n}$;

б) ⑥ функциональный ряд $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty}\sqrt{\frac{x}{n}}\operatorname{arctg}\frac{n}{xn^2+1}$.

7.⑥ Исследовать на дифференцируемость в точке $O(0;0)$ функцию

$$f(x,y) = \begin{cases} \dfrac{x^2}{y}\operatorname{th}(3y), & y \neq 0,\\ x^3+|x|^{7/6}, & y = 0.\end{cases}$$

ЭКЗАМЕНАЦИОННАЯ РАБОТА

Дисциплина $\boxed{\text{Математический анализ}}$

Курс $\boxed{1}$ Семестр $\boxed{2}$ 2008/2009 уч.г.

Фамилия студента ______________________________ **№ группы** __________

Сумма баллов	
Фамилия проверяющего	

Оценка	
Фамилия экзаменатора	

1.④ Найти первый и второй дифференциалы функции $f(x,y)$ в точке $M(1;0)$ и представить функцию $f(x,y)$ формулой Тейлора в окрестности этой точки до $o\left((x-1)^2+y^2\right)$, если

$$f(x,y) = x^2 + \sin\left(-1 + \frac{1}{\sqrt{x-y}}\right).$$

2.③ Найти длину дуги кривой, заданной в полярных координатах

$$r = \sin^3\frac{\varphi}{3}, \quad \varphi \in [0,3\pi].$$

3.③ Разложить функцию $f(x) = \dfrac{x}{(x-2)(x+3)}$ в ряд Тейлора в окрестности точки $x_0 = -1$ и найти радиус сходимости полученного ряда.

4.④ Исследовать на сходимость ряд

$$\sum_{n=1}^{\infty} n!\ \mathrm{sh}^n\frac{1}{n}.$$

---

5. Исследовать на абсолютную и условную сходимость интегралы

а) ④ $\displaystyle\int_0^{+\infty} \frac{e^x \operatorname{arctg}(x\,e^{-x})}{(x+\sqrt[3]{x})^{\alpha}}\,dx$; б) ⑤ $\displaystyle\int_4^{+\infty} \ln\left(1 + \frac{\sin x \cdot \mathrm{ch}\ln x}{\sqrt[5]{x^8}}\right) dx$.

---

6. Исследовать на сходимость и равномерную сходимость на множествах $E_1 = (0;1)$ и $E_2 = (1;+\infty)$

а) ④ функциональную последовательность $f_n(x) = n\left(e^{x/n} - 1\right)$;

б) ⑥ функциональный ряд $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\sqrt{n}} \sin\frac{x}{n+x^2}$.

7.⑥ Исследовать на дифференцируемость в точке $O(0;0)$ функцию

$$f(x,y) = \begin{cases} \dfrac{y^2}{x}\arcsin(2x), & x \neq 0, \\ y^3 + |y|^{5/3}, & x = 0. \end{cases}$$
