Ответы. Матанализ 1 курс, 2 семестр, 2005/2006 г. **Вариант (61)**

1. ⑤ $z(x,y) = 1+2(x-0)+1\cdot(y-1)+\frac{1}{2}(-12(x-0)^2-8x(y-1)-3(y-1)^2)+o(x^2+(y-1)^2)$.

---

2. ④ $l = \ln\frac{\sqrt{2}+1}{\sqrt{2}-1} = 2\ln(\sqrt{2}+1)$. | **3.** ④ Дифференцируема.

---

4. ④ $f'(x) = -\frac{4}{3}x\left(1-\frac{4}{9}x^4\right)^{-1/2}$, $f(x) = \frac{\pi}{2}+\sum\limits_{n=0}^{\infty} C^n_{-\frac{1}{2}}\frac{(-1)^{n+1}4^{n+1}}{(4n+2)3^{2n+1}}x^{4n+2}$, $R = \sqrt{\frac{3}{2}}$.

---

5. ③ Сходится.

?

---

6. а) ⑤ $x\to 0$: $f\sim\frac{C}{x^{2-\frac{\alpha}{3}}}$; $x\to+\infty$: $f\sim\frac{C}{x^{17-3\alpha}}$, сходится при $3<\alpha<\frac{16}{3}$;

б) ⑥ Сх. абсолютно при $\alpha>1$, условно при $-2<\alpha\leqslant 1$; расходится при $\alpha\leqslant -2$.

---

7. а) ⑤ Сходится к функции $f(x) = \sin x + 1$, равномерно на E_1 и неравномерно на E_2.

б) ④ На E_1: $|a_n|\leqslant\frac{1}{n}\operatorname{sh}\frac{1}{n}\sim\frac{1}{n^2}$, сходится по т. Вейерштрасса,

на E_2: $x_n = n\Rightarrow a_n(n) = \frac{1}{2}\operatorname{sh}1$, сходится неравномерно.

---

8. ⑤ $\left|\frac{a_n}{n}\right|\leqslant\frac{1}{2}\left(a_n^2+\frac{1}{n^2}\right)$, ряд сходится по признаку сравнения.

Ответы. Матанализ 1 курс, 2 семестр, 2005/2006 г. **Вариант (62)**

1. ⑤ $z(x,y) = 1-\frac{1}{2}y+\frac{1}{2}\left(-(x-1)y+\frac{3}{4}y^2\right)+o((x-1)^2+y^2)$. ?

---

2. ④ $S = \frac{\pi}{2}\left(\frac{1}{2}+\frac{\pi}{4}\right)$. | **3.** ④ Дифференцируема.

---

4. ④ $f'(x) = -18x(1-324x^4)^{-1/2}$, $f(x) = \frac{\pi}{4}+\sum\limits_{n=0}^{\infty} C^n_{-\frac{1}{2}}\frac{(-1)^{n+1}18^{2n+1}}{4n+2}x^{4n+2}$, $R = \frac{1}{3\sqrt{2}}$.

---

5. ③ Сходится. $\sqrt[n]{a_n}\xrightarrow[n\to\infty]{} e^{-2}$ $C^n_{-\frac{1}{2}} = \frac{(-1)^n(2n-1)!!}{n!\,2^n}$

ан.

3.64 Б64

---

6. а) ⑤ 4 $x\to 0$: $f\sim\frac{C}{x^{3-\frac{\alpha}{4}}}$; $x\to+\infty$: $f\sim\frac{C}{x^{8-\frac{3\alpha}{4}}}$, сходится при $8<\alpha<\frac{28}{3}$;

б) ⑥ Сх. абсолютно при $\alpha>1$, условно при $\frac{2}{3}<\alpha\leqslant 1$; расходится при $\alpha\leqslant\frac{2}{3}$.

---

7. а) ⑤ Сходится к функции $f(x) = 1-\operatorname{ch}x$, равномерно на E_1 и неравномерно на E_2.

б) ④ На E_1: $a_n\left(\frac{1}{n}\right) = \frac{1}{\sqrt{2}}\sin\frac{1}{2}$, сх. неравномерно,

на E_2: $0\leqslant a_n(x)\leqslant\frac{1}{(1+n)^{3/2}}$, сходится равномерно по т. Вейерштрасса.

---

8. ⑤ $f(x) = \frac{1}{\sqrt{x}\ln x}$, интеграл расходится.

Ответы. Матанализ 1 курс, 2 семестр, 2005/2006 г. **Вариант (63)**

1.⑤ $z(x,y) = 4x + \frac{1}{2}(2\cdot 1\cdot x\cdot(y-1)) + o(x^2+(y-1)^2)$.

2.④ $l = \frac{1}{2}\ln\frac{\sqrt{2}+1}{\sqrt{2}-1} = \ln(\sqrt{2}+1)$. | 3.④ Дифференцируема.

4.④ $f'(x) = \frac{4}{3}x\left(1+\frac{4}{9}x^4\right)^{-1/2}$, $f(x) = \ln 3 + \sum\limits_{n=0}^{\infty} C^n_{-\frac12}\frac{4^{n+1}}{(4n+2)3^{2n+1}}x^{4n+2}$, $R = \sqrt{\frac{3}{2}}$.

5.③ Сходится.

6. а) ⑤ $x\to 0$: $f \sim \frac{C}{x^{2-\frac{3\alpha}{2}}}$; $x\to+\infty$: $f\sim\frac{C}{x^{11-2\alpha}}$, сходится при $\frac{2}{3}<\alpha<5$;

б) ⑥ Сх. абсолютно при $\alpha>1$, условно при $-1<\alpha\leqslant 1$; расходится при $\alpha\leqslant -1$.

7. а) ⑤ Сходится к функции $f(x) = x^2+\cos x$, равномерно на E_1 и неравномерно на E_2.

б) ④ На E_1: $|a_n(x)| \leqslant \frac{1}{n}\,\mathrm{th}\,\frac{1}{n}$, сходится равномерно,

на E_2: $x_n = n \Rightarrow a_n(n) = \frac{1}{2}\,\mathrm{th}\,1$, сходится неравномерно.

8.⑤ $a_n = \sqrt{\frac{1}{n\ln^2 n}}$, ряд расходится.

Ответы. Матанализ 1 курс, 2 семестр, 2005/2006 г. **Вариант (64)**

1.⑤ $z(x,y) = 2(x-2)+(y+2)+\frac{1}{2}\left(3(x-2)^2+3(x-2)(y+2)+(y+2)^2\right)+o((x-2)^2+$
$+(y+2)^2)$.

2.④ $S = 2\pi\frac{1}{\sqrt{2}}\left(2\sqrt{3}+\ln(\sqrt{3}+2)\right)$. ? | 3.④ Дифференцируема.

4.④ $f'(x) = \frac{9}{4}x\left(1-\frac{81}{16}x^4\right)^{-1/2}$, $f(x) = \frac{\pi}{4}+\sum\limits_{n=0}^{\infty}C^n_{-\frac12}\frac{(-1)^n 3^{4n+2}}{(4n+2)2^{4n+2}}x^{4n+2}$, $R=\frac{2}{3}$.

5.③ Сходится.

3.62

6. а) 4 ⑤ $x\to 0$: $f\sim\frac{C}{x^{2-\frac{\alpha}{2}}}$; $x\to+\infty$: $f\sim\frac{C}{x^{1+8-3\alpha}}$, сходится при $2<\alpha<\frac{8}{3}$;

б) ⑥ Сх. абсолютно при $\alpha>\frac{1}{2}$, условно при $\frac{1}{4}<\alpha\leqslant\frac{1}{2}$; расходится при $\alpha\leqslant\frac{1}{4}$.

7. а) ⑤ Сходится к функции $f(x) = \frac{1}{x}-5\,\mathrm{sh}\,x$, неравномерно на E_1 и равномерно на E_2.

б) ④ На E_1: $a_n\left(\frac{1}{n}\right) = \frac{\mathrm{arctg}\,1/2}{\sqrt[3]{2}}$, сходится неравномерно,

на E_2: $0\leqslant a_n(x)\leqslant\frac{1}{(1+n)^{4/3}}$, сходится равномерно.

8.⑤ $\frac{\sqrt{f(x)}}{x}\leqslant\frac{1}{2}\left(f(x)+\frac{1}{x^2}\right)$, интеграл сходится по признаку сравнения.