

$$1.③ \quad df\left(1, \frac{\pi}{4}\right) = \frac{\pi}{4} dx + dy, \quad d^2 f\left(1, \frac{\pi}{4}\right) = -\frac{\pi^2}{8} dx^2 + (2 - \pi) dx dy - 2dy^2$$

$$2.④ \quad S = \sqrt{8} - 1$$

3.③ Дифференцируема

4.④ Сходится при $4 < \alpha < 5$

5.⑤ Сходится абсолютно при $\alpha > 1$, сходится условно при $-1 < \alpha \leq 1$, расходится при $\alpha \leq -1$

6.③ Ряд сходится

7.⑤ Предельная функция $f(x) = \frac{2}{x^2}$, сходится равномерно на $(1, +\infty)$, неравномерно на $(0, 1)$

8.⑤ Сходится равномерно на $(0, 1)$, неравномерно на $(1, +\infty)$

$$9.④ \quad f(x) = -\operatorname{arctg} \frac{1}{3} + \sum_{k=0}^{\infty} (-1)^k \left(\frac{5}{3}\right)^{2k+1} \frac{\left(x + \frac{1}{5}\right)^{2k+1}}{2k+1}, \quad R = \frac{3}{5}$$

$$1.③ \quad df(1, 0) = \operatorname{ch} 2(dx - dy), \\ d^2 f(1, 0) = \operatorname{sh} 2 dx^2 - 2(\operatorname{sh} 2 + \operatorname{ch} 2) dx dy + (\operatorname{sh} 2 + \operatorname{ch} 2) dy^2$$

$$2.④ \quad S = 2\pi \int_1^e y \sqrt{1 + (y'(x))^2} dx = \frac{\pi}{16}(e^4 - 9)$$

3.③ Недифференцируема

4.④ Сходится при $1 < \alpha < 2$

5.⑤ Сходится абсолютно при $\alpha > 1$, сходится условно при $\frac{1}{2} < \alpha \leq 1$, расходится при $\alpha \leq \frac{1}{2}$

6.③ Ряд сходится

7.⑤ Предельная функция $f(x) = x^2$, сходится равномерно на $(0, 1)$, неравномерно на $(1, +\infty)$

8.⑤ Сходится неравномерно на $(0, 1)$, равномерно на $(1, +\infty)$

$$9.④ \quad f(x) = \frac{\pi}{2}x - \frac{5}{2} \sum_{k=0}^{\infty} \frac{(-1)^k}{2k+1} \left(\frac{2}{5}\right)^{2k+2} x^{2k+2}, \quad R = \frac{5}{2}$$

Ответы. Математический анализ, 1 курс, 2 семестр, 2001/2002 г. Вариант 23

$$1. \textcircled{3} \quad df(1, 0) = dx + \frac{1}{2}dy, \quad d^2f(1, 0) = -dx^2 - 2dx dy - \frac{1}{2}dy^2$$

$$2. \textcircled{4} \quad V = \frac{\pi}{\sqrt{15}} \operatorname{arctg} \sqrt{\frac{3}{5}}$$

3. \textcircled{3} Дифференцируема

4. \textcircled{4} Сходится при $3 < \alpha < 6$

5. \textcircled{5} Сходится абсолютно при $\alpha > 0$, сходится условно при $-1 < \alpha \leq 0$,
расходится при $\alpha \leq -1$

6. \textcircled{3} Ряд сходится

7. \textcircled{5} Предельная функция $f(x) = x$, сходится равномерно на $(0, 1)$,
неравномерно на $(1, +\infty)$

8. \textcircled{5} Сходится неравномерно на $(0, 1)$, равномерно на $(1, +\infty)$

$$9. \textcircled{4} \quad f(x) = \frac{\ln 5}{2}x + \frac{2x^2}{\sqrt{5}} + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{2^{n+1}(-1)^n(2n-1)!!}{5^{n+\frac{1}{2}}n!(2n+1)}x^{2n+2}, \quad R = \frac{\sqrt{5}}{2}$$

Ответы. Математический анализ, 1 курс, 2 семестр, 2001/2002 г. Вариант 24

$$1. \textcircled{3} \quad df(1, 2) = \frac{dx}{\sqrt{3}} - \frac{1}{2\sqrt{3}}dy, \quad d^2f(1, 2) = \frac{1}{12\sqrt{3}}(4dx^2 - 12dx dy - 7dy^2)$$

$$2. \textcircled{4} \quad S = 2\pi^2 - \frac{8}{3}\pi$$

3. \textcircled{3} Дифференцируема

4. \textcircled{4} Сходится при $\frac{1}{4} < \alpha < 3$

5. \textcircled{5} Сходится абсолютно при $\alpha > \frac{1}{3}$, сходится условно при $-\frac{2}{3} < \alpha \leq \frac{1}{3}$,
расходится при $\alpha \leq -\frac{2}{3}$

6. \textcircled{3} Ряд сходится

7. \textcircled{5} Предельная функция $f(x) = x$, сходится равномерно на $(0, 1)$,
неравномерно на $(1, +\infty)$

8. \textcircled{5} Сходится равномерно на $(0, 1)$, неравномерно на $(1, +\infty)$

$$9. \textcircled{4} \quad f(x) = 2 \ln 10(x-3) - \sum_{k=1}^{\infty} \frac{(-1)^k(2k-1)!!2^k}{25^k k! k} (x-3)^{k+1}, \quad R = \frac{25}{4}$$
