Ответы к контрольной работе по математическому анализу
1 курс, 2 семестр, 1999/2000 уч.г.

Вариант 01

1. $dz(-2;1;1) = -dx - 2dy$; $\quad d^2z(-2;1;1) = -4dx^2 - 20\,dx\,dy - 26\,dy^2$.

2. $V = 8\pi^2$. $\qquad \left(V = 2\pi \int\limits_{3\pi/2}^{5\pi/2} x\cos x\,dx\right)$.

3. $f(x) = 2x + \sum\limits_{n=1}^{\infty} (-1)^n \left[\dfrac{2^{2n+1}}{2n+1} - \dfrac{1}{2n^2}\right] x^{2n+1}$, $\; R = \dfrac{1}{2}$.
$$\left(\begin{array}{ll} f_1(x) = \sum\limits_{n=0}^{\infty} \dfrac{(-1)^n}{2n+1} \cdot 2^{2n+1} \cdot x^{2n+1}, & R_1 = \dfrac{1}{2}, \\ f_2(x) = \sum\limits_{n=1}^{\infty} \dfrac{(-1)^{n-1}}{2n^2} \cdot x^{2n+1}, & R_2 = 1. \end{array}\right)$$

4. Ряд расходится. $\qquad \left(\dfrac{a_{n+1}}{a_n} \sim \dfrac{9}{8}\right)$.

5. $f(x) = \dfrac{1}{\sqrt{x}}$, на E_1 последовательность сходится неравномерно, на E_2 — равномерно.

6. Ряд сходится: на E_1 — равномерно, на E_2 — неравномерно.

7. Интеграл сходится при $1 < \alpha < 2$.
$$\left(\begin{array}{lll} \text{При } x \to 0 & f(x) \sim \dfrac{C}{x^{\alpha-1}} \Rightarrow \alpha < 2, \\ \text{при } x \to \infty & f(x) \sim \dfrac{1}{x \ln^\alpha x} \Rightarrow \alpha > 1. \end{array}\right)$$

8. Интеграл сходится условно.

9. **Функция недифференцируема в т.** $(0;0)$.

Ответы к контрольной работе по математическому анализу
1 курс, 2 семестр, 1999/2000 уч.г.

Вариант 02

1. $dz(0;0;1) = dy - dx$; $\quad d^2z(0;0;1) = -2\,dx\,dy + 3\,dy^2$.

2. $l = \ln \dfrac{\sqrt{2}+1}{\sqrt{3}}$. $\qquad \left(l = \int\limits_{\pi/6}^{\pi/4} \sqrt{1+\mathrm{tg}^2\, x}\, dx\right)$.

3. $f(x) = -\frac{\pi}{4} - 3x + \sum\limits_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} \left[\dfrac{3^{2n+1}}{2n+1} + \dfrac{1}{2n\cdot(2n)!}\right] x^{2n+1}$, $\; R = \dfrac{1}{3}$.
$$\left(\begin{array}{ll} f_1(x) = -\frac{\pi}{4} + \sum\limits_{n=0}^{\infty} (-1)^{n+1} \dfrac{3^{2n+1}}{2n+1}\cdot x^{2n+1}, & R_1 = \frac{1}{3}, \\ f_2(x) = \sum\limits_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} \dfrac{1}{2n\cdot(2n)!}\, x^{2n+1}, & R_2 = \infty. \end{array}\right)$$

4. Ряд сходится. $\quad \left(\sqrt[n]{a_n} \to \dfrac{2}{e}\right)$.

5. $f(x) = \frac{\pi}{2}\, x$, на E_1 последовательность сходится равномерно, на E_2 — неравномерно.

6. Ряд сходится: на E_1 — неравномерно, на E_2 — равномерно.

7. Интеграл сходится при $\alpha > -1$.
$$\left(\begin{array}{ll} \text{При } x \to 0 & f(x) \sim \dfrac{1}{x^{-\alpha}} \Rightarrow \alpha > -1, \\ \text{при } x \to \infty & f(x) \sim 1. \end{array}\right)$$

8. Интеграл сходится условно.

9. Функция недифференцируема в т. $(0;0)$.

Ответы к контрольной работе по математическому анализу
1 курс, 2 семестр, 1999/2000 уч.г.

Вариант 03

1. $dz(1;-1;-1) = dx + dy$; $\quad d^2z(1;-1;-1) = 6\,dx^2 + 6\,dx\,dy + 2\,dy^2$.

2. $S = \pi\left[\ln(e^a + \sqrt{1+e^{2a}}) + e^a\sqrt{1+e^{2a}} - \ln(1+\sqrt{2}) - \sqrt{2}\right]$.
   $(S = 2\pi \int\limits_0^a e^x\sqrt{1+e^{2x}}\,dx)$.

3. $f(x) = \frac{\pi}{2} + \sum\limits_{n=0}^{\infty}\left[(-1)^{n+1}\frac{1}{2n+1} + \frac{1}{(2n+1)!(4n+1)}\right]x^{4n+2}$, $\quad R = 1$.
   $$\left(\begin{array}{ll} f_1(x) = \frac{\pi}{2} + \sum\limits_{n=0}^{\infty}(-1)^{n+1}\frac{2}{4n+2}\cdot x^{4n+2}, & R_1 = 1, \\ f_2(x) = \sum\limits_{n=0}^{\infty}\frac{1}{(2n+1)!(4n+1)}\,x^{4n+2}, & R_2 = \infty. \end{array}\right)$$

4. Ряд сходится. $\quad \left(\frac{a_{n+1}}{a_n} \sim \frac{3}{4}\right)$.

5. $f(x) \equiv 1$, на E_1 последовательность сходится равномерно, на E_2 — неравномерно.

6. Ряд сходится: на E_1 — равномерно, на E_2 — неравномерно.

7. Интеграл сходится при $\alpha > \frac{1}{2}$.
   $$\left(\begin{array}{ll} \text{При } x \to 0 & f(x) \sim 1, \\ \text{при } x \to \infty & f(x) \sim \frac{1}{x^{\alpha+1/2}} \Rightarrow \alpha > \frac{1}{2}. \end{array}\right)$$

8. Интеграл сходится условно.

9. Функция недифференцируема в т. $(0;0)$.

Ответы к контрольной работе по математическому анализу
1 курс, 2 семестр, 1999/2000 уч.г.

Вариант 04

1. $dz(1;1;0) = \frac{1}{2}\,dy$; $\quad d^2z(1;1;0) = -\frac{1}{2}\,dx\,dy - \frac{1}{8}\,dy^2$.

2. $l = 3a$. $\qquad \left(l = 3a\int\limits_0^\pi |\sin t\cos t|\,dt\right)$.

3. $$f(x) = \ln\sqrt{3} + \frac{x}{\sqrt{3}} + \sum_{n=1}^{\infty}\left[C_{-1/2}^{n}\,\frac{1}{3^{n+1/2}}\,\frac{1}{2n+1} + \frac{(-1)^n}{n!}\cdot\frac{1}{2n}\right]x^{2n+1},$$
$R = \sqrt{3}$.
$$\left(\begin{array}{ll} f_1(x) = \ln\sqrt{3} + \frac{x}{\sqrt{3}} + \frac{1}{\sqrt{3}}\sum\limits_{n=1}^{\infty} C_{-1/2}^{n}\,\frac{1}{3^n}\cdot\frac{1}{2n+1}\cdot x^{2n+1}, & R_1 = \sqrt{3}, \\ f_2(x) = \sum\limits_{n=1}^{\infty}\frac{(-1)^n}{n!}\,\frac{1}{2n}\,x^{2n+1}, & R_2 = \infty. \end{array}\right)$$

4. Ряд расходится. $\qquad \left(\sqrt[n]{a_n} \to \frac{e^2}{3}\right)$.

5. $f(x) = \frac{\pi}{2x}$, на E_1 последовательность сходится неравномерно, на E_2 — равномерно.

6. Ряд сходится: на E_1 — неравномерно, на E_2 — равномерно.

7. Интеграл сходится при $\alpha > -\frac{1}{2}$.
$$\left(\begin{array}{ll} \text{При } x \to 0 & f(x) \sim \frac{1}{x^{-2\alpha}} \Rightarrow \alpha > -\frac{1}{2}, \\ \text{при } x \to \infty & f(x) \sim \frac{1}{x^2}. \end{array}\right)$$

8. Интеграл сходится условно.

9. Функция недифференцируема в т. $(0;0)$.