ЭКЗАМЕНАЦИОННАЯ РАБОТА

Дисциплина $\boxed{\text{Введение в математический анализ}}$ **Курс** $\boxed{1}$ **Семестр** $\boxed{1}$ **2012–2013**

Фамилия студента ________________________________ **№ группы** ____________

Сумма баллов	повышен.	базовый
Фамилия проверяющего		

Оценка	пятибалл.	десятибалл.
Фамилия экзаменатора		

---

1. ② Найти наибольшее значение кривизны кривой $y = \ln \operatorname{ch} x$.

---

2. Вычислить интегралы:

a) ③ $\displaystyle\int \frac{2x^3+6x^2+3x-5}{(2x+1)(x^2+x+2)}\,dx$; b) ④ $\displaystyle\int x^2 \operatorname{arctg} x\,dx$.

---

3. ③ Найти $y^{(n)}$ для $n \geqslant 3$, если $y = (3x+x^2)\ln(3x+x^2)$.

---

4. ⑤ Разложить по формуле Тейлора в окрестности точки $x_0 = 1$ до $o((x-1)^{2n})$ функцию $y = (2x-x^2)\exp(2x^2-4x+3)$.

---

5. Построить графики функций:

a) ④ $y = \dfrac{x^2+8}{x+1}$; b) ⑥ $y = 1 - \sqrt[3]{\left(1+\dfrac{2}{x}\right)^2}$.

---

6. ⑥ Найти $$\lim_{x\to 0} \frac{\sqrt[4]{4x^2+4x+1} - \frac{1}{2}\operatorname{sh}\ln(1+2x) - \operatorname{ch} x}{\operatorname{arctg}\ln(1+2x) + e^{-2x} - \sqrt[3]{1-x^3}}.$$

---

7. ⑤ Найти $$\lim_{x\to 0}\Big(2\exp(-x)\cdot \operatorname{tg} x + \exp(-\operatorname{arctg} 2x)\Big)^{\frac{1}{2\operatorname{tg}(\arcsin x) - \operatorname{arctg}(\sin 2x)}}.$$

---

8. ⑧ Построить кривую $x = \dfrac{1}{t(1-t)}$, $y = \dfrac{4t^2-t+1}{t}$.

9*. ③ Применить теорему об обратной функции к функции $y = \operatorname{sh} x$. Найти область определения и множество значений обратной функции, записать ее как натуральный логарифм от алгебраического выражения. Найти производную обратной функции.

10*. ④ Доказать, что функция $y = \left(1+\dfrac{1}{x}\right)^x$ возрастает при $0 < x < +\infty$.

МФТИ — 31

«Использование электронных средств любых типов во время экзамена запрещено»

С положением ознакомлен: ______________________________ (Фамилия студента)

ЭКЗАМЕНАЦИОННАЯ РАБОТА

Дисциплина **Введение в математический анализ** **Курс** 1 **Семестр** 1 **2012–2013**

Фамилия студента ______________________ **№ группы** __________

Сумма баллов	повышен.	базовый	Оценка	пятибалл.	десятибалл.
Фамилия проверяющего			Фамилия экзаменатора		

1. ② Найти наибольшее значение кривизны кривой $y = \ln\cos x$, $x \in [0, \pi/2)$.

2. Вычислить интегралы:
a) ③ $\displaystyle\int \frac{3x^3 - 15x^2 + x + 5}{(3x+1)(x^2 - x + 1)}\,dx$; b) ④ $\displaystyle\int x^2 \arcsin x\,dx$.

3. ③ Найти $y^{(n)}$ для $n \geqslant 2$, если $y = (3x-2)^2 e^{4-6x}$.

4. ⑤ Разложить по формуле Тейлора в окрестности точки $x_0 = -1$ до $o((x+1)^n)$ функцию $y = (2+x)\ln(2-x)$.

5. Построить графики функций:
a) ④ $y = \dfrac{1}{2x+2} - \dfrac{1}{2x-1}$; b) ⑥ $y = \sqrt[3]{\left(\dfrac{3x-1}{x+1}\right)^2}$.

6. ⑥ Найти $$\lim_{x\to 0} \frac{e^{-x} + \sqrt[4]{1 - 2x^2 + x^4} - \dfrac{2}{x}\operatorname{arctg}\ln(1+x)}{\operatorname{ch} 2x - \sqrt{1-2x} + \ln(1 - x - 2x^2)}.$$

7. ⑤ Найти $$\lim_{x\to 0}\Big(\exp(-\operatorname{tg} 2x) + 2\,\exp(-x)\cdot \operatorname{th} x\Big)^{\frac{1}{\operatorname{sh}(\operatorname{arctg} 2x) - 2\arcsin(\operatorname{tg} x)}}.$$

8. ⑧ Построить кривую $x = \dfrac{4t^2+1}{2t}$, $\quad y = \dfrac{1}{t(t-1)} + 2$.

9*. ③ Применить теорему об обратной функции к функции $y = \operatorname{ch} x$. Найти область определения и множество значений всех возможных обратных функций, записать их как натуральный логарифм от алгебраического выражения. Найти производные этих обратных функций.

10*. ④ Доказать, что если функции $y = \varphi(x)$ и $y = \psi(x)$ дифференцируемы n раз при $x \geqslant x_0$, кроме того, $\varphi(x_0) = \psi(x_0)$ и $\varphi^{(k)}(x_0) = \psi^{(k)}(x_0)$, $k = 1, \ldots, n-1$, а $\varphi^{(n)}(x) > \psi^{(n)}(x)$ при $x > x_0$, то при $x > x_0$ справедливо неравенство $\varphi(x) > \psi(x)$.

МФТИ — 32

«Использование электронных средств любых типов во время экзамена запрещено»

С положением ознакомлен: ______________________ (Фамилия студента)

ЭКЗАМЕНАЦИОННАЯ РАБОТА

Дисциплина **Введение в математический анализ** **Курс** 1 **Семестр** 1 **2012–2013**

Фамилия студента ______________________ **№ группы** __________

Сумма баллов	повышен.	базовый
Фамилия проверяющего		

Оценка	пятибалл.	десятибалл.
Фамилия экзаменатора		

1. ② Найти наибольшее значение кривизны кривой $y = \ln \sin x$, $x \in (0, \pi/2]$.

2. Вычислить интегралы:

a) ③ $\displaystyle\int \frac{3x^3 + 6x^2 - 8}{(3x+2)(x^2 - x + 2)}\, dx$;

b) ④ $\displaystyle\int x^2 \ln(1 + x^2)\, dx$.

3. ③ Найти $y^{(n)}$ для $n \geqslant 3$, если $y = (1 - x^2)\ln(x^3 - x^2)$.

4. ⑤ Разложить по формуле Тейлора в окрестности точки $x_0 = -2$ до $o((x+2)^n)$ функцию $y = \dfrac{2x}{(x+4)^2}$.

5. Построить графики функций:

a) ④ $y = \dfrac{x^2 + 3}{1 - x}$;

b) ⑥ $y = \sqrt[3]{\left(1 - \dfrac{3}{x}\right)^2} - 1$.

6. ⑥ Найти $$\lim_{x \to 0} \frac{\sin(\operatorname{tg} 2x) + \sqrt[3]{4x^4 + 4x^2 + 1} + \ln\left(1 - 2x + \frac{2}{3}x^2\right) - e^{29x^3}}{2\sqrt{1 - 2x} - \operatorname{ch} 2x - \exp(-2x - 5x^2)}.$$

7. ⑤ Найти $$\lim_{x \to 0} \Big(2\exp(-x) \cdot \sin x + \exp(-\operatorname{sh} 2x)\Big)^{\frac{1}{\operatorname{tg}(\operatorname{sh} x) - \sin(\operatorname{tg} x)}}.$$

8. ⑧ Построить кривую $x = \dfrac{4}{t} + t - 1$, $\quad y = \dfrac{t^2}{t - 1}$.

9*. ③ Применить теорему об обратной функции к функции $y = \operatorname{th} x$. Найти область определения и множество значений обратной функции, записать ее как натуральный логарифм от алгебраического выражения. Найти производную обратной функции.

10*. ④ Доказать, что функция $y = \left(1 + \dfrac{1}{x}\right)^x$ возрастает при $-\infty < x < -1$.

МФТИ — 33

«Использование электронных средств любых типов во время экзамена запрещено»

С положением ознакомлен: ______________________ (Фамилия студента)

ЭКЗАМЕНАЦИОННАЯ РАБОТА

Дисциплина **Введение в математический анализ** **Курс** 1 **Семестр** 1 **2012–2013**

Фамилия студента ______________________ **№ группы** ____________

Сумма баллов	повышен.	базовый
Фамилия проверяющего		

Оценка	пятибалл.	десятибалл.
Фамилия экзаменатора		

1. ② Найти наибольшее значение кривизны кривой $y = \ln(2/x)$, $x > 0$.

2. Вычислить интегралы:

a) ③ $\displaystyle\int \frac{2x^3 + 12x^2 - 9x - 6}{(2x-3)(x^2+x+1)}\,dx$; b) ④ $\displaystyle\int x^2 \ln^2 x\,dx$.

3. ③ Найти $y^{(n)}$ для $n \geqslant 3$, если $y = 2(x-1)^2\cos^2(x-1)$.

4. ⑤ Разложить по формуле Тейлора в окрестности точки $x_0 = 3$ до $o((x-3)^{2n})$ функцию $y = \dfrac{x^2 - 6x + 6}{\sqrt{6x - x^2}}$.

5. Построить графики функций:

a) ④ $y = \dfrac{1}{x+2} - \dfrac{1}{x+8}$; b) ⑥ $y = \sqrt[3]{\left(\dfrac{2x+1}{x-1}\right)^2}$.

6. ⑥ Найти $\displaystyle\lim_{x\to 0} \frac{\operatorname{tg}\ln(1+2x) + \sqrt[3]{9x^4 + 6x^2 + 1} - \operatorname{sh} 2x - \operatorname{ch}(x^2)}{\cos 2x - \sqrt{1-4x} - \arcsin 2x}$.

7. ⑤ Найти $\displaystyle\lim_{x\to 0}\Big(2\exp(-x)\cdot\operatorname{sh} x + \exp(-\sin 2x)\Big)^{\frac{1}{\operatorname{th}(\sin x) - \sin(\operatorname{tg} x)}}$.

8. ⑧ Построить кривую $x = 2 - \dfrac{t^2}{t-1}$, $y = \dfrac{t}{2} + \dfrac{2}{t}$.

9*. ③ Применить теорему об обратной функции к функции $y = \operatorname{cth} x$. Найти область определения и множество значений всех возможных обратных функций, записать их как натуральный логарифм от алгебраического выражения. Найти производные этих обратных функций.

10*. ④ Доказать, что при $x > 0$ справедливы неравенства

$$\left(1 + \frac{1}{x}\right)^x < e < \left(1 + \frac{1}{x}\right)^{x+1}.$$

«Использование электронных средств любых типов во время экзамена запрещено»

С положением ознакомлен: ______________________ (Фамилия студента)