ЭКЗАМЕНАЦИОННАЯ РАБОТА

Дисциплина $\boxed{\text{Математический анализ}}$ Курс $\boxed{1}$ Семестр $\boxed{1}$
2005/2006 уч.г.

Фамилия студента ______________________________ **№ группы** __________

Сумма баллов	
Фамилия проверяющего	

Оценка	
Фамилия экзаменатора	

1. Вычислить интегралы

а) ③ $\displaystyle\int \frac{9x^2+10x+25}{(x^2+5x+8)(1-3x)}\,dx$.   б) ④ $\displaystyle\int (x-1)\operatorname{arctg}\sqrt{x-1}\,dx$.

2.③ Найти производную $y^{(n)}$, для $n \geqslant 3$, если
$$y(x) = x(x^2+1)\frac{\ln(2-3x)}{\operatorname{ch}(\ln x)}.$$

3.④ Разложить по формуле Тейлора в окрестности точки $x_0 = 0$ до $o(x^n)$ функцию
$$f(x) = \frac{4x+1}{(2-x)(x+1)^2}.$$

---

4. Найти пределы

а) ⑤ $\displaystyle\lim_{x\to 0} \frac{\ln(1+\sin x) - \ln(1+\operatorname{sh} x)}{\arcsin(\operatorname{sh} x) - \operatorname{arctg}(\operatorname{th} x)}$.

б) ⑥ $\displaystyle\lim_{x\to 0} \left(\frac{e^{x+x^2} + \sqrt{1+\operatorname{tg} 2x} - 2\operatorname{ch} x}{\sin x + \operatorname{arctg}(\arcsin x)}\right)^{\frac{1}{\operatorname{sh} x^2}}$.

---

5. Построить графики функций

а) ④ $y = \dfrac{x^3}{(x-2)^2}$;   б) ⑥ $y = -x + \sqrt[3]{x^3+3x^2}$.

6.⑨ Построить кривую
$$x = \frac{3t+5}{2t^2+5t+3}, \qquad y = \frac{t^2+2t+1}{2t+3}.$$

7.② Найти радиус кривизны кривой
$$x(t) = \operatorname{tg} t, \quad y(t) = \cos 2t \quad \text{при} \quad t = \frac{\pi}{4}.$$

8.④ Пусть последовательность $\{x_n\}$ удовлетворяет условию: $\forall \varepsilon > 0\ \forall p \in \mathbb{N}\ \exists m \in \mathbb{N}\colon\ \forall n \geqslant m,\ n \in \mathbb{N},\ |x_{n+p} - x_n| < \varepsilon$. Верно ли, что последовательность $\{x_n\}$ сходится? Доказать или привести опровергающий пример.

Заказ -   Тираж - 300   МФТИ - 51

ЭКЗАМЕНАЦИОННАЯ РАБОТА

Дисциплина $\boxed{\text{Математический анализ}}$ Курс $\boxed{1}$ Семестр $\boxed{1}$
2005/2006 уч.г.

Фамилия студента ______________________________ **№ группы** ________

Сумма баллов	
Фамилия проверяющего	

Оценка	
Фамилия экзаменатора	

1. Вычислить интегралы

а) ③ $\displaystyle\int \frac{10x^2-14x-7}{(x^2+3x+4)(6x-1)}\,dx$. б) ④ $\displaystyle\int x\arcsin\sqrt{\frac{x}{x+1}}\,dx$.

2.③ Найти производную $y^{(n)}$, для $n \geqslant 3$, если

$$y(x) = x\cdot \operatorname{sh}(\ln x)\cdot 3^{1-2x}.$$

3.④ Разложить по формуле Тейлора в окрестности точки $x_0=-1$ до $o((x+1)^n)$ функцию

$$f(x) = \ln\frac{x-2}{(x+2)^2(x-1)}.$$

---

4. Найти пределы

а) ⑤ $\displaystyle\lim_{x\to 0}\frac{e^{\operatorname{tg} x}-e^{\operatorname{arctg} x}}{\sin(x\cos x)-\operatorname{th}(x\operatorname{ch} x)}$.

б) ⑥ $\displaystyle\lim_{x\to 0}\left(\frac{e^{x^2-x^3}+\operatorname{tg} x^3-\cos(\operatorname{sh} x)}{3(\sin(x+\frac{3}{2}x^3)-\ln(1+x+x^3))}\right)^{\operatorname{ctg} x^2}$.

---

5. Построить графики функций

а) ④ $y = \dfrac{x^3}{x^2-4}$; б) ⑥ $y = x - \sqrt[3]{(x-2)^2(x+1)}$.

6.⑨ Построить кривую

$$x = \frac{t^2+2t+2}{t+1},\qquad y = \frac{3t+2}{t^2+3t+2}.$$

7.② Найти радиус кривизны кривой

$$x(t) = \operatorname{arctg} t,\quad y(t) = t - t^2 \quad \text{при}\quad t=1.$$

8.④ Пусть функция $f(x)$ определена на числовой прямой и удовлетворяет условию: $\forall\varepsilon>0\ \exists A\in\mathbb{R},\ \exists x_0\in\mathbb{R}\colon\ \forall x>x_0\ \ |f(x)-A|<\varepsilon$. Верно ли, что существует конечный предел $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$? Доказать или привести опровергающий пример.

ЭКЗАМЕНАЦИОННАЯ РАБОТА

Дисциплина $\boxed{\text{Математический анализ}}$ **Курс** $\boxed{1}$ **Семестр** $\boxed{1}$

2005/2006 уч.г.

Фамилия студента ______________________ **№ группы** ________

Сумма баллов	
Фамилия проверяющего	

Оценка	
Фамилия экзаменатора	

1. Вычислить интегралы

а) ③ $\displaystyle\int \frac{6x^2-19x+16}{(x^2-5x+7)(4x-1)}\,dx$. б) ④ $\displaystyle\int (x+1)\operatorname{arcctg}\frac{1}{\sqrt{x+1}}\,dx$.

2.③ Найти производную $y^{(n)}$, для $n \geqslant 3$, если

$$y(x) = \frac{x\cdot \operatorname{ch}(\ln x)}{\sqrt{4-3x}}.$$

3.④ Разложить по формуле Тейлора в окрестности точки $x_0=0$ до $o(x^n)$ функцию

$$f(x) = \frac{3+2x-2x^2}{(x+2)(x-1)^2}.$$

---

4. Найти пределы

а) ⑤ $\displaystyle\lim_{x\to 0}\frac{\ln(1+\operatorname{tg}x)-\ln(1+\operatorname{th}x)}{\operatorname{arctg}(\operatorname{sh}x)-\arcsin(\operatorname{tg}x)}$.

б) ⑥ $\displaystyle\lim_{x\to 0}\left(\frac{\sqrt{1+2x+2x^2}+\sin(xe^{-x})-\cos x}{\operatorname{tg}(\arcsin x)+\operatorname{sh}(\operatorname{arctg}x)}\right)^{\frac{1}{\sin^2 x}}$.

---

5. Построить графики функций

а) ④ $y=\dfrac{(x-1)^3}{(x+1)^2}$; б) ⑥ $y = x+\sqrt[3]{-x^3+6x^2}$.

6.⑨ Построить кривую

$$x=\frac{4t^2-3t}{t-1},\qquad y=\frac{1}{t^2-t}.$$

7.② Найти радиус кривизны кривой

$$x(t)=2\sin t+\cos 2t,\quad y(t)=t\sin t\quad \text{при}\quad t=\frac{\pi}{2}.$$

8.④ Пусть функция $f(x)$ определена на числовой прямой и удовлетворяет условию: $\forall\varepsilon>0\ \forall a>0\ \exists x_0\in\mathbb{R}:\ \forall x>x_0\ \ |f(x+a)-f(x)|<\varepsilon$. Верно ли, что существует конечный предел $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$? Доказать или привести опровергающий пример.

Заказ - Тираж - 300 МФТИ - 53

ЭКЗАМЕНАЦИОННАЯ РАБОТА

Дисциплина $\boxed{\text{Математический анализ}}$ **Курс** $\boxed{1}$ **Семестр** $\boxed{1}$

2005/2006 уч.г.

Фамилия студента ______________________ **№ группы** ________

Сумма баллов	
Фамилия проверяющего	

Оценка	
Фамилия экзаменатора	

1. Вычислить интегралы

а) ③ $\displaystyle\int \frac{6x^2-14x+7}{(x^2-3x+5)(5x-1)}\,dx$. б) ④ $\displaystyle\int 2x\arccos\frac{1}{\sqrt{x+1}}\,dx$.

2.③ Найти производную $y^{(n)}$, для $n \geqslant 3$, если

$$y(x) = \frac{x(x^2-1)}{\operatorname{sh}(\ln x)}\cdot\cos(3-4x).$$

3.④ Разложить по формуле Тейлора в окрестности точки $x_0 = 1$ до $o((x-1)^n)$ функцию

$$f(x) = \ln\frac{x-4}{(x+1)^2(x-2)}.$$

---

4. Найти пределы

а) ⑤ $\displaystyle\lim_{x\to 0}\frac{e^{\arcsin x}-e^{\sin x}}{\operatorname{tg}(\sin x)-\operatorname{th}(x\cos x)}$.

б) ⑥ $\displaystyle\lim_{x\to 0}\left(\frac{\operatorname{tg}(xe^x)+2x\sqrt{1+2x}-3\operatorname{arctg}x^2}{\sin(\operatorname{tg}x)+\ln(1+2x+2x^2)}\right)^{\frac{1}{1-\cos x}}$.

---

5. Построить графики функций

а) ④ $y = \dfrac{x^3}{2-x^2}$; б) ⑥ $y = \sqrt[3]{(x-2)(x+1)^2} - x$.

6.⑨ Построить кривую

$$x = \frac{t^2-2t+1}{t-2},\qquad y = \frac{3t-5}{t^2-5t+6}.$$

7.② Найти радиус кривизны кривой

$$x(t) = \cos t + 2\sin t,\quad y(t) = t\cos t \quad \text{при} \quad t = \pi.$$

8.④ Пусть последовательность $\{x_n\}$ удовлетворяет условию: $\forall\varepsilon > 0\ \forall A \in \mathbb{R}\ \exists m \in \mathbb{N}\colon \forall n \geqslant m,\ n \in \mathbb{N},\ |x_n - A| < \varepsilon$. Верно ли, что последовательность $\{x_n\}$ сходится? Доказать или привести опровергающий пример.

Заказ - Тираж - 300 МФТИ - 54