

ЭКЗАМЕНАЦИОННАЯ РАБОТА

Дисциплина: **Математический анализ**

Год: 2004/2005

Вариант: **1**

Курс: **1**

Семестр: **осенний**

1. ③ Найти точку плоской кривой $y(x) = e^x$, в которой кривизна кривой достигает своего максимального значения. Найти координаты центра кривизны кривой в этой точке.

2. Вычислить интегралы:

а) ③ $\int \frac{x^3 + x}{(x+1)(x^2 + 2x + 2)} dx$, б) ④ $\int \sqrt{1-x^2} \arcsin x dx$.

3. ③ Найти производную $y^{(n)}$ для $n \geq 3$, если

$$y(x) = (x+1)^2 \log_2 \left(3 + \frac{4}{1-2x} \right).$$

4. ④ Разложить по формуле Тейлора в окрестности точки $x_0 = -1/3$ до $o((x+1/3)^n)$ функцию

$$f(x) = (3x+2) \sqrt{1-2x-3x^2}.$$

5. Построить графики функций:

а) ④ $y = \frac{x^2 - 4x + 5}{8x - 2x^2}$, б) ⑤ $y = 2x + \sqrt{|x^2 - 4|}$.

6. ⑥ Найти

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\arcsin^2 x + 2 \ln \cos(\operatorname{tg} x)}{\cos\left(\frac{1}{\operatorname{ctg} x} + \frac{1}{2} \sin 2x\right) - \sqrt[3]{1-6x^2}}.$$

7. ⑤ Найти

$$\lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{e^{x^2} - (1+x)^x}{e^{\operatorname{sh} x} - e^{\operatorname{arctg} x}} \right)^{\frac{1}{\sin x}}.$$

8. ⑧ Построить кривую

$$x = \frac{t^2 - t + 2}{t+1}, \quad y = \frac{(t-1)^2}{(t+1)(t+3)}.$$

9. ④ Последовательность $\{x_n\}$ задана следующим рекуррентным соотношением: $x_1 = \sqrt{2}$, $x_{n+1} = \sqrt{2 + x_n}$, $(n = 1, 2, \dots)$.

Доказать, что последовательность сходится и найти ее предел.

ЭКЗАМЕНАЦИОННАЯ РАБОТА

Дисциплина: **Математический анализ**

Год: 2004/2005

Вариант: **2**

Курс: **1**

Семестр: **осенний**

1. ③ Найти точку плоской кривой $y(x) = \ln x$, в которой кривизна кривой достигает своего максимального значения. Найти координаты центра кривизны кривой в этой точке.

2. Вычислить интегралы:

а) ③ $\int \frac{2x^4 - 2x^3 - x^2 + 2}{(x-1)(2x^2 - 2x + 1)} dx$, б) ④ $\int \frac{\arcsin x}{(x^2 - 1)\sqrt{1-x^2}} dx$.

3. ③ Найти производную $y^{(n)}$ для $n \geq 3$, если

$$y(x) = (2x^2 + 4x - 1) \sin x \cos 3x.$$

4. ④ Разложить по формуле Тейлора в окрестности точки $x_0 = 1$ до $o((x-1)^n)$ функцию

$$f(x) = (x-1) \ln(5x - 2 - 2x^2).$$

5. Построить графики функций:

а) ④ $y = \frac{x^3}{(x+3)^2}$, б) ⑤ $y = x + 3 - \sqrt[3]{x(3+x)^2}$.

6. ⑥ Найти

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{\operatorname{arctg} x} - \sqrt[4]{1+4x} + 4 \ln \cos x}{\frac{\operatorname{ch} x}{1 + \operatorname{sh} x} - \frac{\cos x}{1 + \sin x} - \sin x^2}.$$

7. ⑤ Найти

$$\lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{3}{2} \cdot \frac{\operatorname{sh}^2 x - x^2}{\ln(1 + x^2 + x^4) - x^2} \right)^{\operatorname{ctg}^2 x}.$$

8. ⑧ Построить кривую

$$x = \frac{(t+2)^2}{t(t+1)}, \quad y = \frac{t^2}{t+1}.$$

9. ④ Последовательность $\{x_n\}$ задана следующим рекуррентным

соотношением: $x_1 = 1/2$, $x_{n+1} = \frac{1}{2} + \frac{x_n^2}{2}$, $(n = 1, 2, \dots)$.

Доказать, что последовательность сходится и найти ее предел.

ЭКЗАМЕНАЦИОННАЯ РАБОТА

Дисциплина: **Математический анализ**

Год: 2004/2005

Вариант: **3**

Курс: **1**

Семестр: **осенний**

1. ③ Найти точку плоской кривой $y(x) = shx$, в которой кривизна кривой достигает своего максимального значения. Найти координаты центра кривизны кривой в этой точке.

2. Вычислить интегралы:

а) ③ $\int \frac{x^4 - 4x^3 + 5x^2 + 10x - 10}{(x+1)(x^2 - 4x + 5)} dx$, б) ④ $\int \frac{\arcsin x}{(x - 1/x)\sqrt{1-x^2}} dx$.

3. ③ Найти производную $y^{(n)}$ для $n \geq 3$, если

$$y(x) = x^2 \log_3 \left(\frac{1}{1-2x} + \frac{2}{4x+3} \right).$$

4. ④ Разложить по формуле Тейлора в окрестности точки $x_0 = 1/2$ до $o((x - 1/2)^n)$ функцию

$$f(x) = (1 - 4x^2) \cos \pi x.$$

5. Построить графики функций:

а) ④ $y = \frac{x^2 + 2x - 2}{2x^2 + 4x}$, б) ⑤ $y = \sqrt{|x^2 - 1|} - 2x$.

6. ⑥ Найти

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(e^x + \sin 2x) - \arcsin 3x - \cos(2\sqrt{2}x) + \frac{1}{\sqrt[3]{1+x^3}}}{\frac{\cos(\sin 2x) - ch(sh 2x)}{x} + tg 4x}.$$

7. ⑤ Найти

$$\lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{\frac{1}{e} \cdot (1+x)^{\frac{1}{x}} - \sqrt{1-x}}{e^{\frac{7}{12}x^2} - e^{-x^3}} \right)^{ctg x}.$$

8. ⑧ Построить кривую

$$x = \frac{t^2 - t + 1}{t - 1}, \quad y = \frac{t^2}{(t-1)(t-2)}.$$

9. ④ Последовательность $\{x_n\}$ задана следующим рекуррентным соотношением: $x_1 = \sqrt{6}$, $x_{n+1} = \sqrt{6 + x_n}$, $(n = 1, 2, \dots)$.

Доказать, что последовательность сходится и найти ее предел.

ЭКЗАМЕНАЦИОННАЯ РАБОТА

Дисциплина: **Математический анализ**

Год: 2004/2005

Вариант: **4**

Курс: **1**

Семестр: **осенний**

1. ③ Найти точку плоской кривой $y(x) = ch(x-1)$, в которой кривизна кривой достигает своего максимального значения. Найти координаты центра кривизны кривой в этой точке.

2. Вычислить интегралы:

а) ③ $\int \frac{x^3 + x^2 + x + 3}{(x+3)(x^2 + x + 1)} dx$, б) ④ $\int \frac{(x^2 + 1) \arcsin x}{x^2 \sqrt{1-x^2}} dx$.

3. ③ Найти производную $y^{(n)}$ для $n \geq 3$, если
 $y(x) = (4x^2 - 2x + 1) \sin x \sin 3x$.

4. ④ Разложить по формуле Тейлора в окрестности точки $x_0 = 5$ до $o((x-5)^n)$ функцию

$$f(x) = \frac{x}{\sqrt{2x-1}}.$$

5. Построить графики функций:

а) ④ $y = \frac{x^3}{(x-5)^2}$, б) ⑤ $y = \sqrt[3]{x(3-x)^2} - x$.

6. ⑥ Найти

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{3-2\cos x} - e^{\operatorname{arctg}^2\left(\frac{x}{\sqrt{2}}\right)} + \ln \cos\left(\frac{x^2}{2}\right)}{\left[\sqrt[3]{1+\operatorname{tg} x} - \sqrt[3]{1+\sin x}\right] \ln\left(\frac{1+x}{1-x}\right)}.$$

7. ⑤ Найти

$$\lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{2}{9} \cdot \frac{\operatorname{tg}^2 x - 2 + 2\cos x}{chx - \sqrt{1+x^2}} \right)^{\frac{1}{\sin^2 x}}.$$

8. ⑧ Построить кривую

$$x = \frac{(t-2)^2}{t}, \quad y = \frac{5t^2 + 4}{t(t-1)}.$$

9. ④ Последовательность $\{x_n\}$ задана следующим рекуррентным соотношением: $x_1 = 3/8$, $x_{n+1} = \frac{3}{8} + \frac{x_n^2}{2}$, $(n=1, 2, \dots)$.

Доказать, что последовательность сходится и найти ее предел.