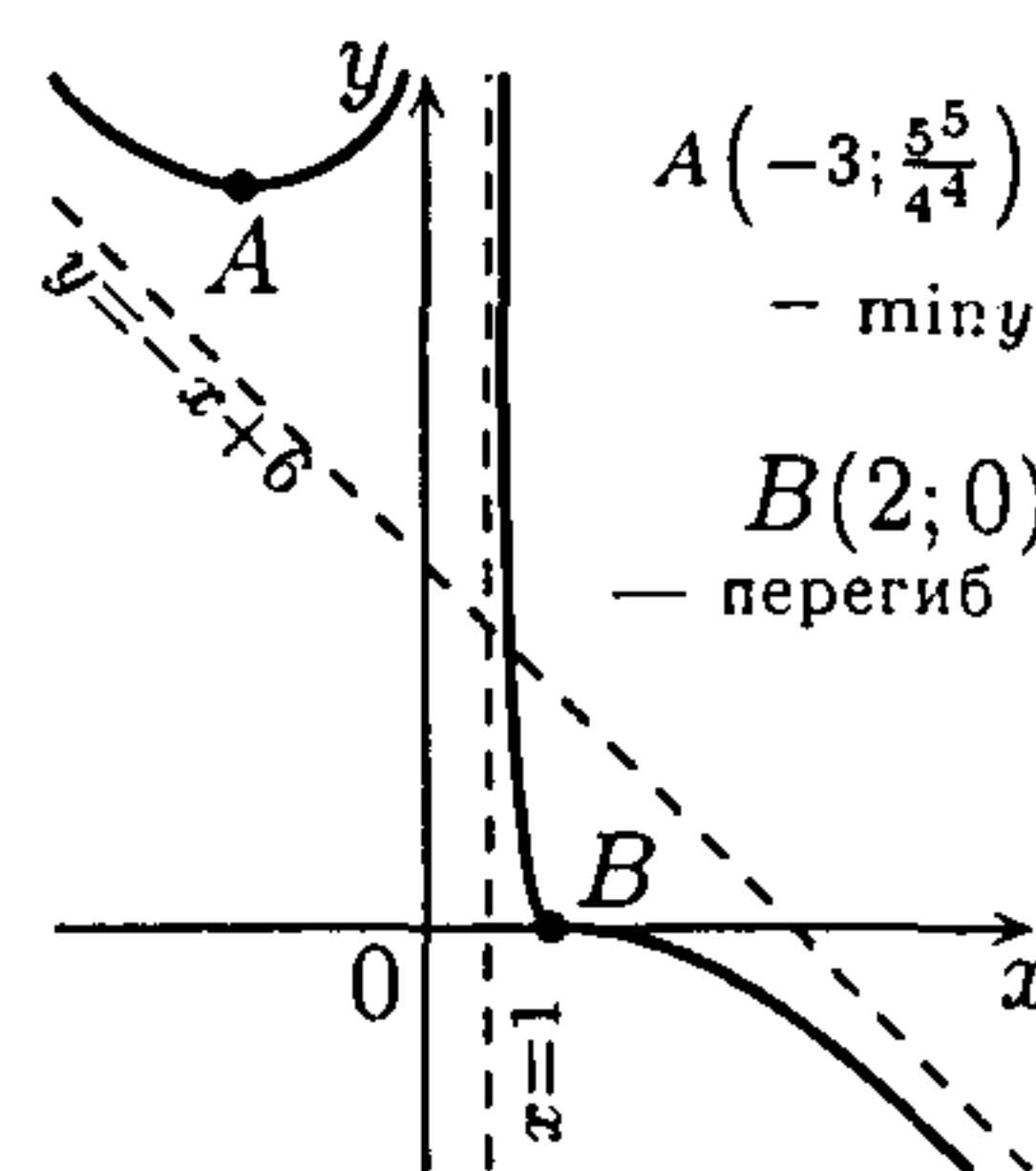


1.

а) ③ $-\frac{1}{2}e^{-2x} \operatorname{arctg} e^{2x} + \frac{1}{4} \ln(1 + e^{-4x}) + C =$
 $= -\frac{1}{2}e^{-2x} \operatorname{arctg} e^{2x} + \frac{1}{4} \ln(1 + e^{4x}) - x + C ;$
 б) ④ $-\frac{1}{2} \ln |1 + \operatorname{tg} x| - \frac{1}{2} \ln |\cos x| + \frac{1}{2} x + C .$

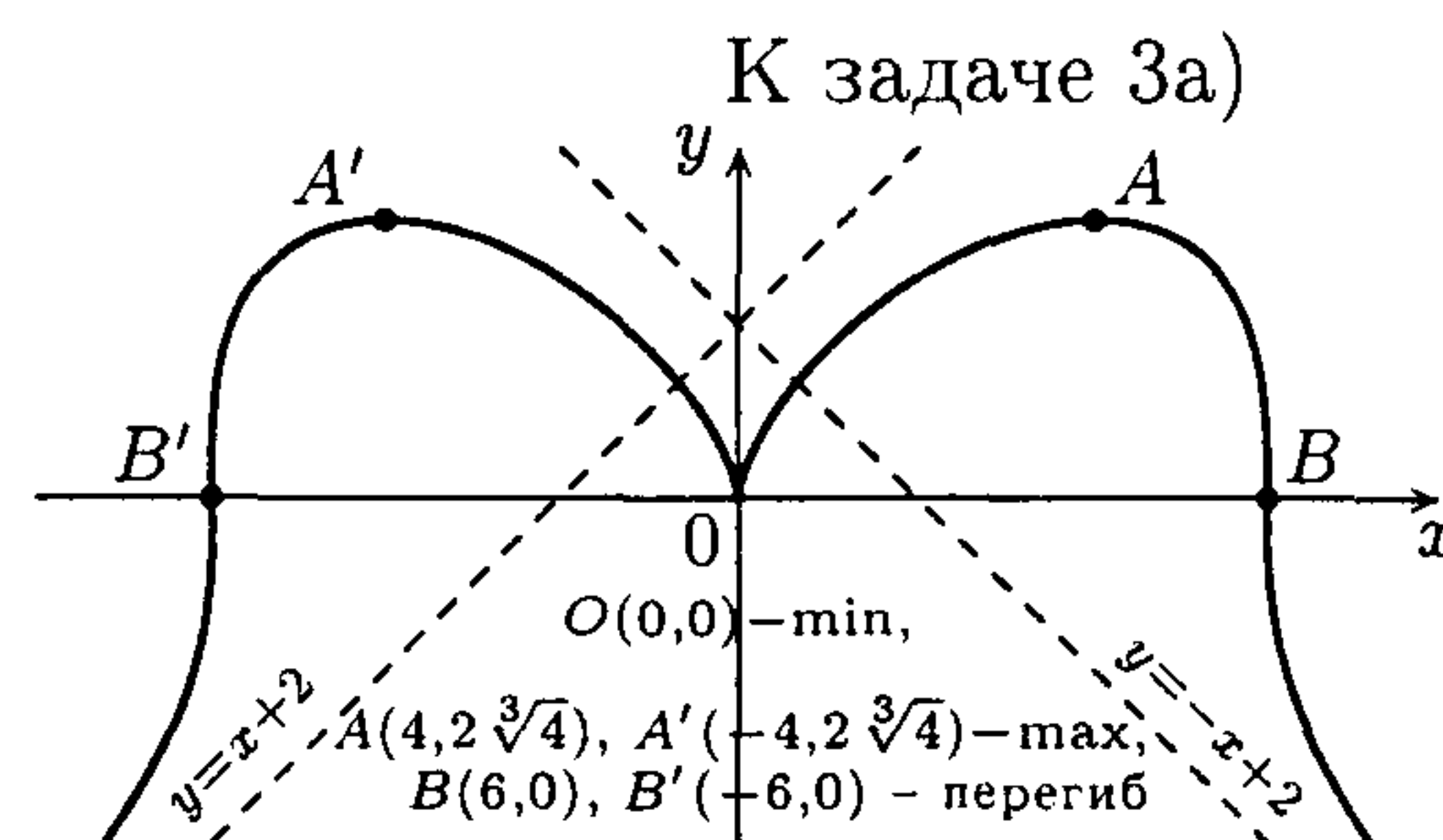


2. ⑤ $-\frac{8}{3} . \cos(x\sqrt{1+x}) = 1 - \frac{1}{2}x^2 - \frac{1}{2}x^3 + o(x^3) ;$

$e^{\operatorname{tg} x} = 1 + x + \frac{x^2}{2} + \frac{x^3}{2} + o(x^3) ;$

$\ln(1 + x + x^2) = x + \frac{x^2}{2} - \frac{2}{3}x^3 + o(x^3) ;$

числ. $= -\frac{4}{3}x^3 + o(x^3) ;$ знам. $= \frac{x^3}{2} + o(x^3) .$



К задаче 3а)

К задаче 3б)

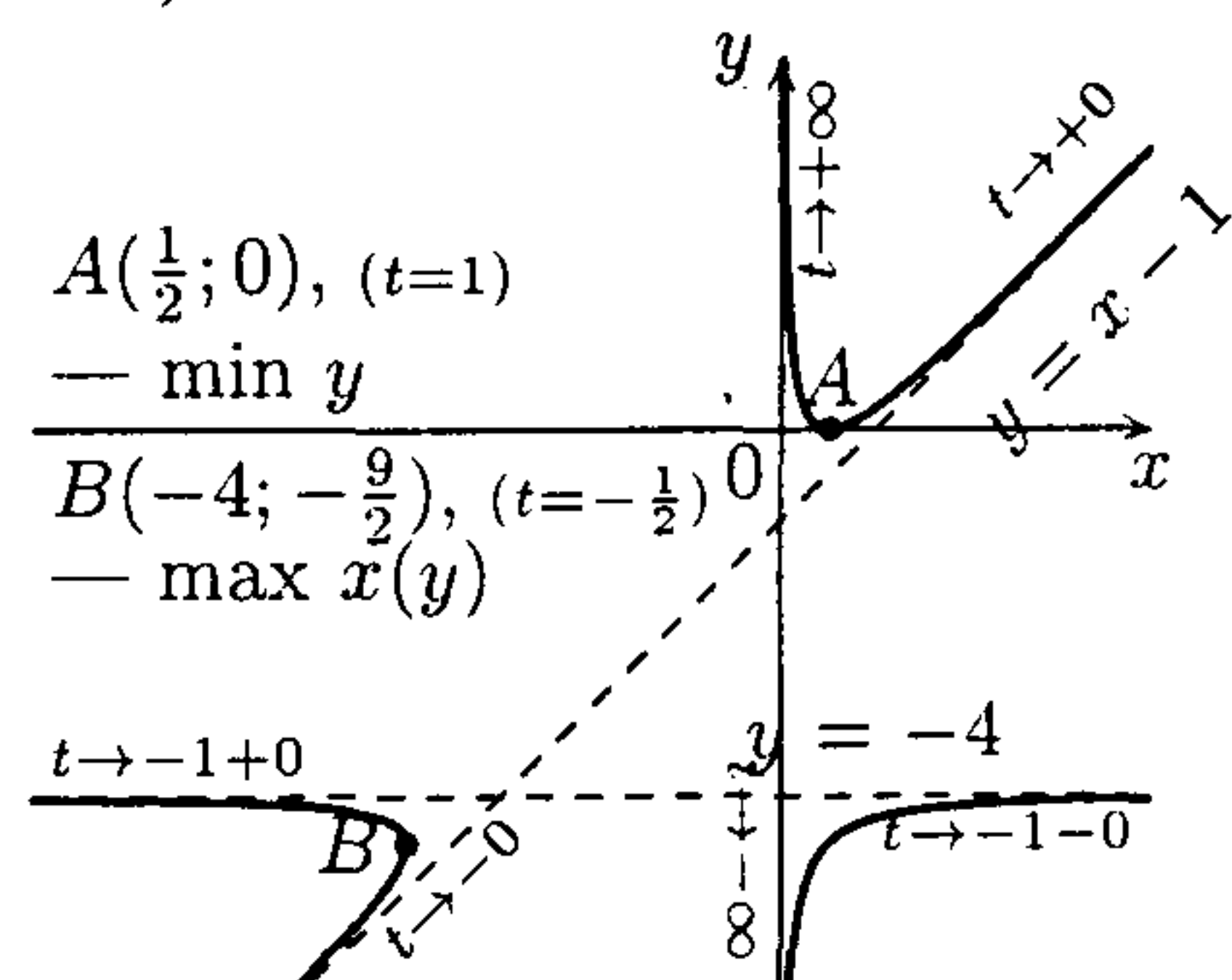
3. а) ④ Асимптоты: $x = 1$, $y = -x + 6$,
 график на рисунке; $y' = -\frac{(x-2)^4(x+3)}{(x-1)^5}$, $y'' = -20\frac{(x-2)^3}{(x-1)^6}$.

б) ⑤ Функция четная. Рассм. $x > 0$. $y' = -\frac{x-4}{x^{1/3}(x-6)^{2/3}}$,

$y'' = \frac{8}{x^{4/3}(x-6)^{5/3}}$; Асимптоты: $y = -x + 2$ ($x \rightarrow +\infty$), $y = x + 2$
 ($x \rightarrow -\infty$), график на рисунке.

4. а) ② $y = x - x^2 - \frac{15}{8}x^3 + o(x^3)$; б) ④ $y = -1 + \frac{3}{8}(x+1) +$

$+ \sum_{k=2}^n (-1)^k \frac{3^k}{4^k} \left(\frac{16}{9} C_{1/2}^{k-2} - C_{1/2}^k \right) (x+1)^k + o((x+1)^n) .$



К задаче 8

5. ④ $x = \frac{\pi}{2}$ — точка разрыва 1-го рода, $x = \frac{3\pi}{2}$
 — точка разрыва 2-го рода; остальные точки
 интервала $(-\pi, 2\pi)$ — точки непрерывности.

6. ④ $R = \frac{5\sqrt{2}}{3}$ ($y' = 1$, $y'' = -\frac{6}{5}$).

7. ⑤ $e^{1/30} . e^{x \operatorname{ctg} x - 1} = 1 - \frac{x^2}{3} + \frac{x^4}{30} + o(x^4) .$

8. ⑦ Асимптоты: $y = -4$ ($t \rightarrow -1 \pm 0$), $x = 0$ ($t \rightarrow \pm\infty$), $y = x - 1$ ($t \rightarrow \pm 0$);
 $x'_t = -\frac{2(t+1/2)}{(t+1)^2 t^2}$, $y'_t = \frac{t^2 - 1}{t^2}$, $y'_x = -\frac{(t+1)^3(t-1)}{2(t+1/2)}$, $y''_{xx} = \frac{6t^4(t+1)^4}{(2t+1)^3}$, кривая
 на рисунке.

9. ③ Расходится.

1. а) ③ $\sin x \cdot \ln(1 + \sin^2 x) - 2 \sin x + 2 \operatorname{arctg}(\sin x) + C$;

б) ④ $\frac{2}{3(1-x^3)^{1/2}} + \frac{4}{3}(1-x^3)^{1/2} - \frac{2}{9}(1-x^3)^{3/2} + C$.

2. ⑤ $e^{7/4} \cdot \sqrt[3]{1+3x-x^2} = 1+x - \frac{4}{3}x^2 + \frac{7}{3}x^3 + o(x^3)$.

3. а) ④

Асимптоты: $x = 0$, $y = -x - 5$, график

на рисунке; $y' = -\frac{(x+2)^2(x-4)}{x^3}$, $y'' = \frac{-24(x+2)}{x^4}$.

б) ⑤ Асимптота:

$y = 2x + 1$; $y' = \frac{2x}{(x+1)^{1/3}(x-1/2)^{2/3}}$,

$y'' = -\frac{1}{(x+1)^{4/3}(x-1/2)^{5/3}}$, график на рисунке.

4. а) ② $y = e^6(-6x + 13x^2 - 14x^3) + o(x^3)$;

б) ④ $y = -9 + 18(x-3) +$

$+\sum_{k=2}^n (-1)^k 2^k \left(\frac{1}{4(k-2)!} - \frac{9}{k!} \right) (x-3)^k + o((x-3)^n)$.

5. ④ $x = 0$ — точка разрыва 1-го рода, $x = \pi$ — точка разрыва 2-го рода; остальные точки интервала $\left(-\frac{\pi}{2}, \frac{3\pi}{2}\right)$ — точки непрерывности.

6. ④

$R = \frac{5}{2}$ ($y' = 0$, $y'' = -\frac{2}{5}$).

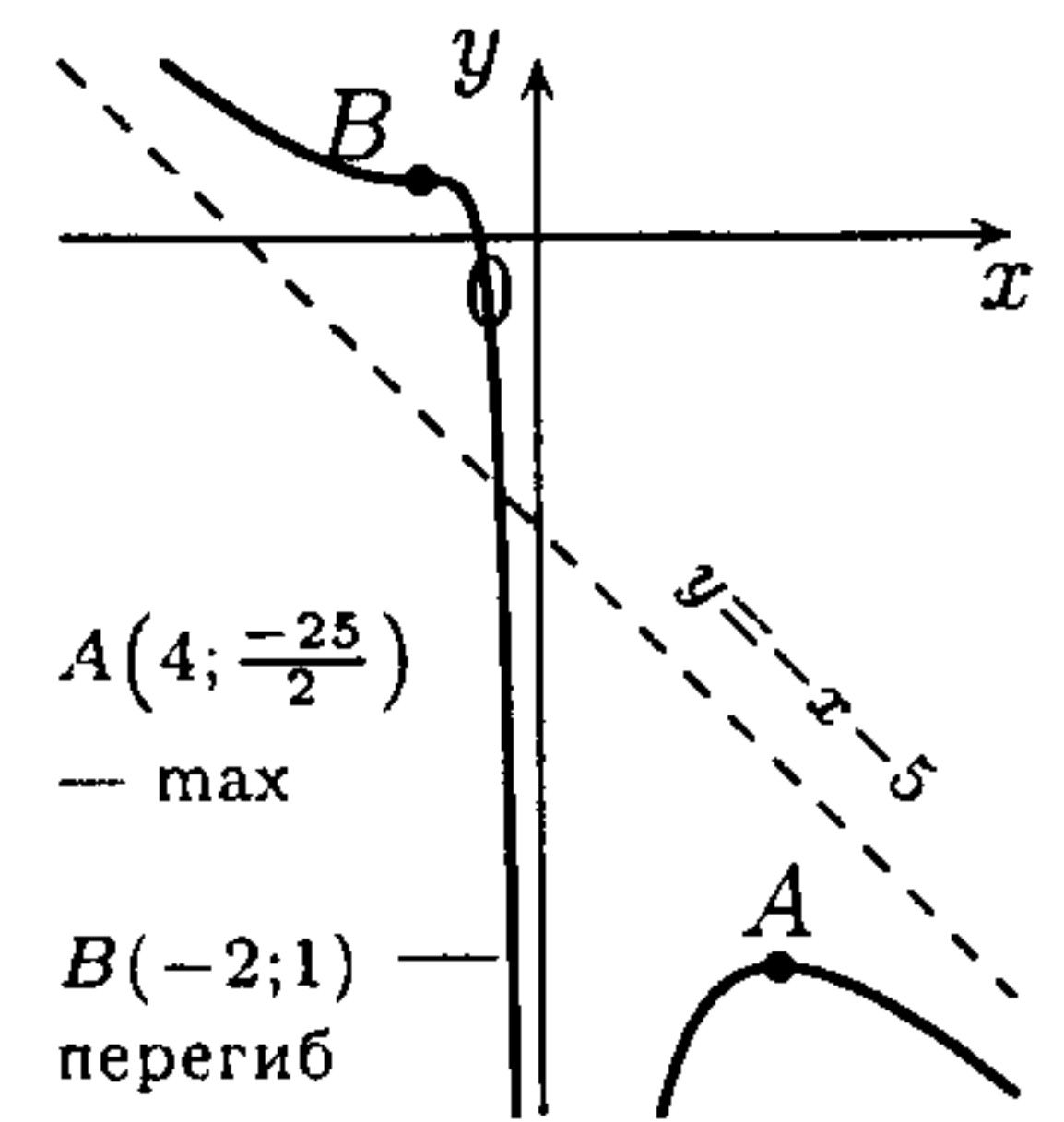
7. ⑤ $\frac{4}{9} \cdot \sqrt{x+4} - \sqrt{x} = \frac{2}{\sqrt{x}} - \frac{2}{x^{3/2}} + o\left(\frac{1}{x^{3/2}}\right)$.

8. ⑦ Асимптоты: $y = 8$ ($t \rightarrow \pm 0$), $x = -2$ ($t \rightarrow -1 \pm 0$),

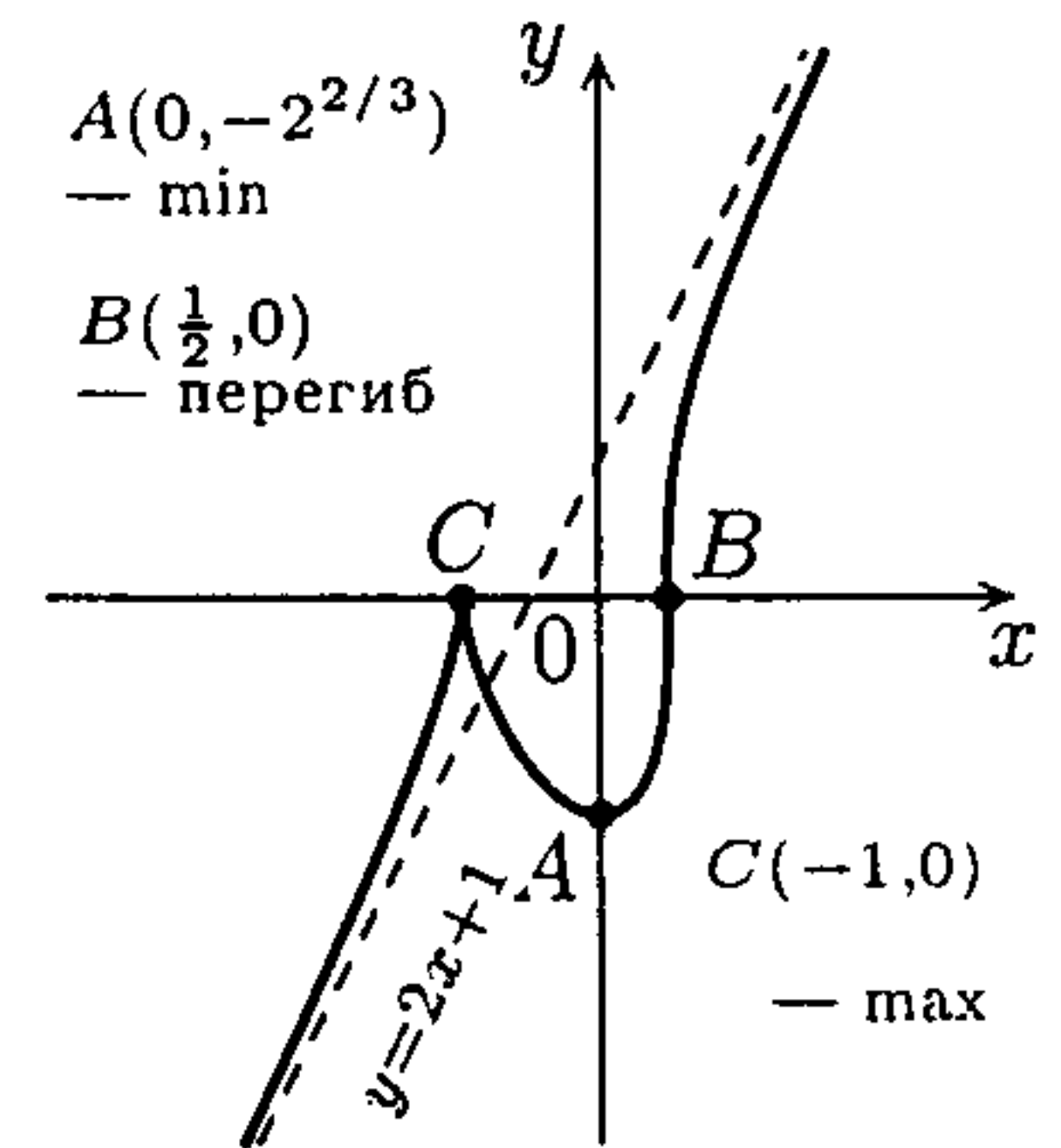
$y = 2x$ ($t \rightarrow \pm \infty$); $x'_t = \frac{t^2-1}{t^2}$, $y'_t = \frac{2(t-1)(t+3)}{(t+1)^2}$,

$y'_x = \frac{2(t+3)t^2}{(t+1)^3}$, $y''_{xx} = \frac{12t^3}{(t+1)^5(t-1)}$, кривая на рисунке.

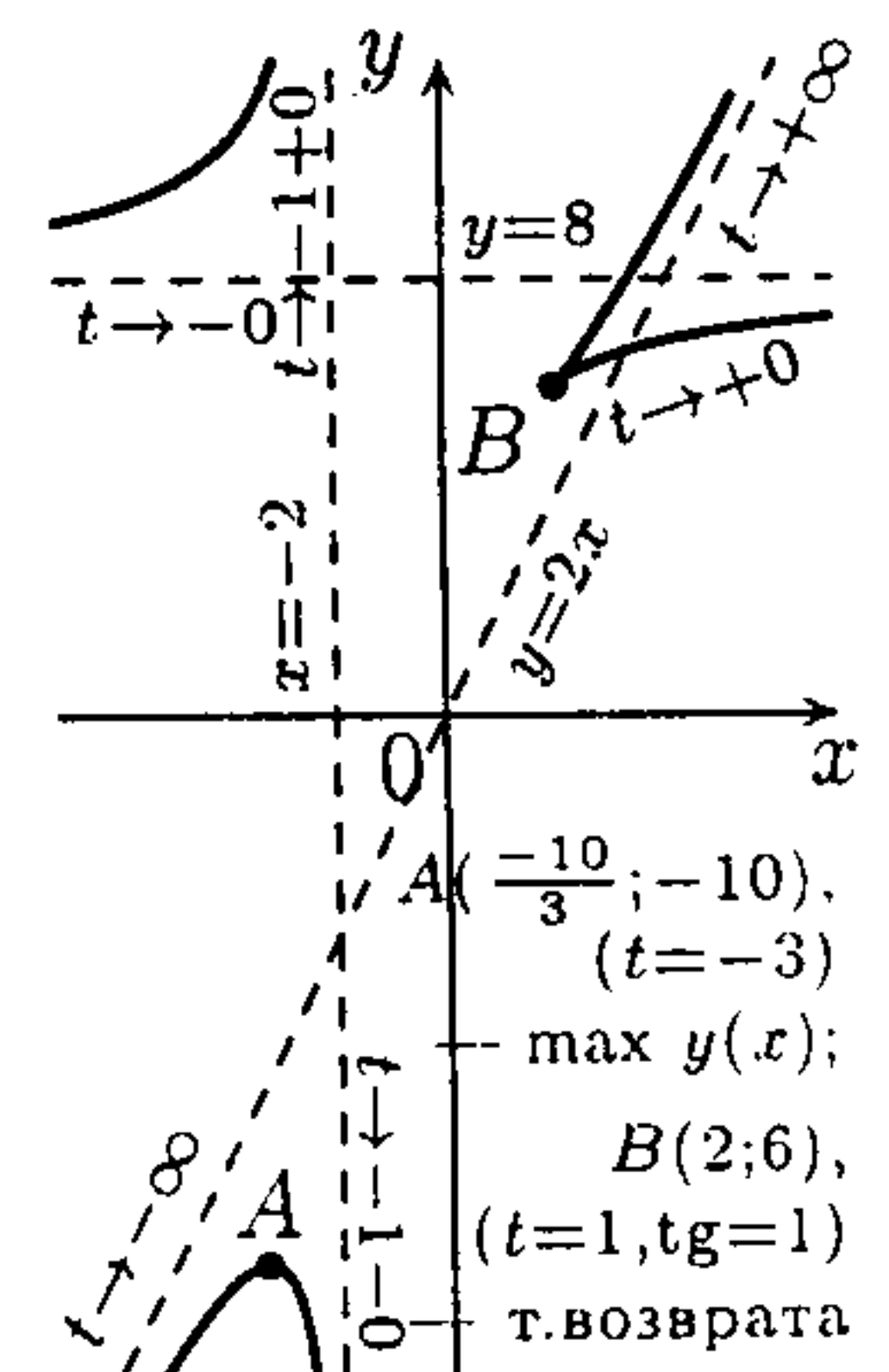
9. ③ Сходится.



К задаче 3а)



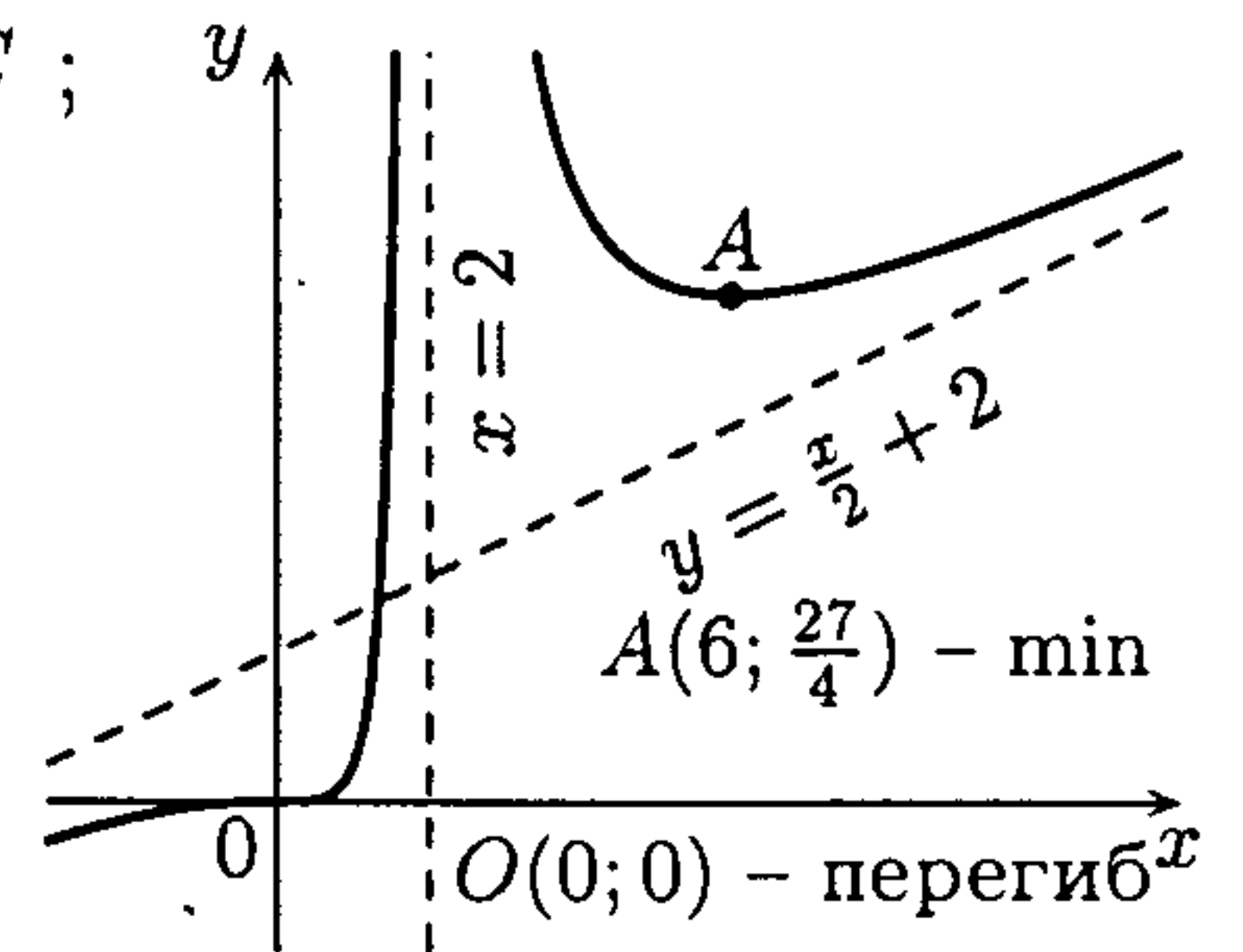
К задаче 3б)



К задаче 8

1. а) ③ $\ln x(\arccos \ln x)^2 - 2\sqrt{1 - \ln^2 x} \arccos \ln x - 2 \ln x + C$;

б) ④ $\frac{1}{2} \operatorname{tg}^2 x - 2 \operatorname{tg} x + 3 \ln |1 + \operatorname{tg} x| + C$.



К задаче 3а)

2. ⑤ $\frac{5}{2} \cdot \sqrt[3]{1 + 3x + x^2} = 1 + x - \frac{2}{3}x^2 + x^3 + o(x^3)$,

$\ln(1 + \sin x) = x - \frac{x^2}{2} + \frac{x^3}{6} + o(x^3)$,

$\operatorname{tg}(e^x - 1) = x + \frac{x^2}{2} + \frac{x^3}{2} + o(x^3)$; числ. = $\frac{5}{6}x^3 + o(x^3)$; знам. = $\frac{x^3}{3} + o(x^3)$.

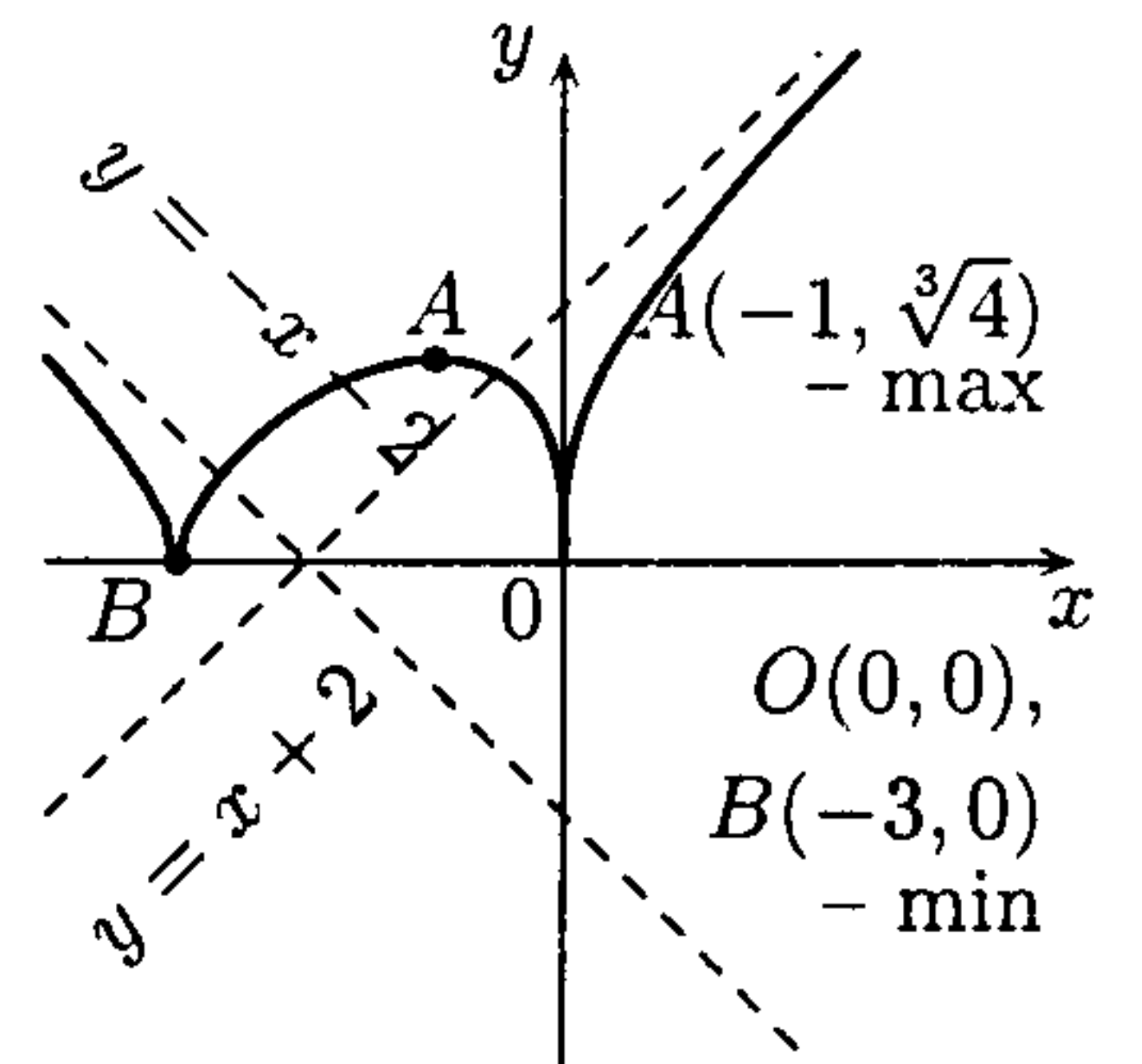
3. а) ④

Асимптоты: $x = 2$, $y = \frac{x}{2} + 2$,

график на рисунке; $y' = \frac{x^2(x-6)}{2(x-2)^3}$, $y'' = \frac{12x}{(x-2)^4}$.

б) ⑤ Асимптоты: $y = x + 2$ ($x \rightarrow +\infty$) ,
 $y = -x - 2$ ($x \rightarrow -\infty$) ; $y' = \frac{(x+1) \operatorname{sgn} x}{x^{2/3}(x+3)^{1/3}}$, $x \neq 0$;

$y'' = \frac{-2 \operatorname{sgn} x}{x^{5/3}(x+3)^{4/3}}$, $x \neq 0$, график на рисунке.



К задаче 3б)

4. а) ② $y = \sqrt{2} \left(-x - \frac{x^2}{2} + \frac{3}{2}x^3 \right) + o(x^3)$; б) ④ $y = (t^2 - 1)\sqrt{1 - \frac{t^2}{2}}$, $t = x - 1$,

$y = -1 + \sum_{k=1}^n \frac{(-1)^{k-1}}{2^k} (C_{1/2}^k + 2C_{1/2}^{k-1})(x-1)^{2k} + o((x-1)^{2n+1})$.

5. ④ $x = 0$ — точка разрыва 1-го рода,

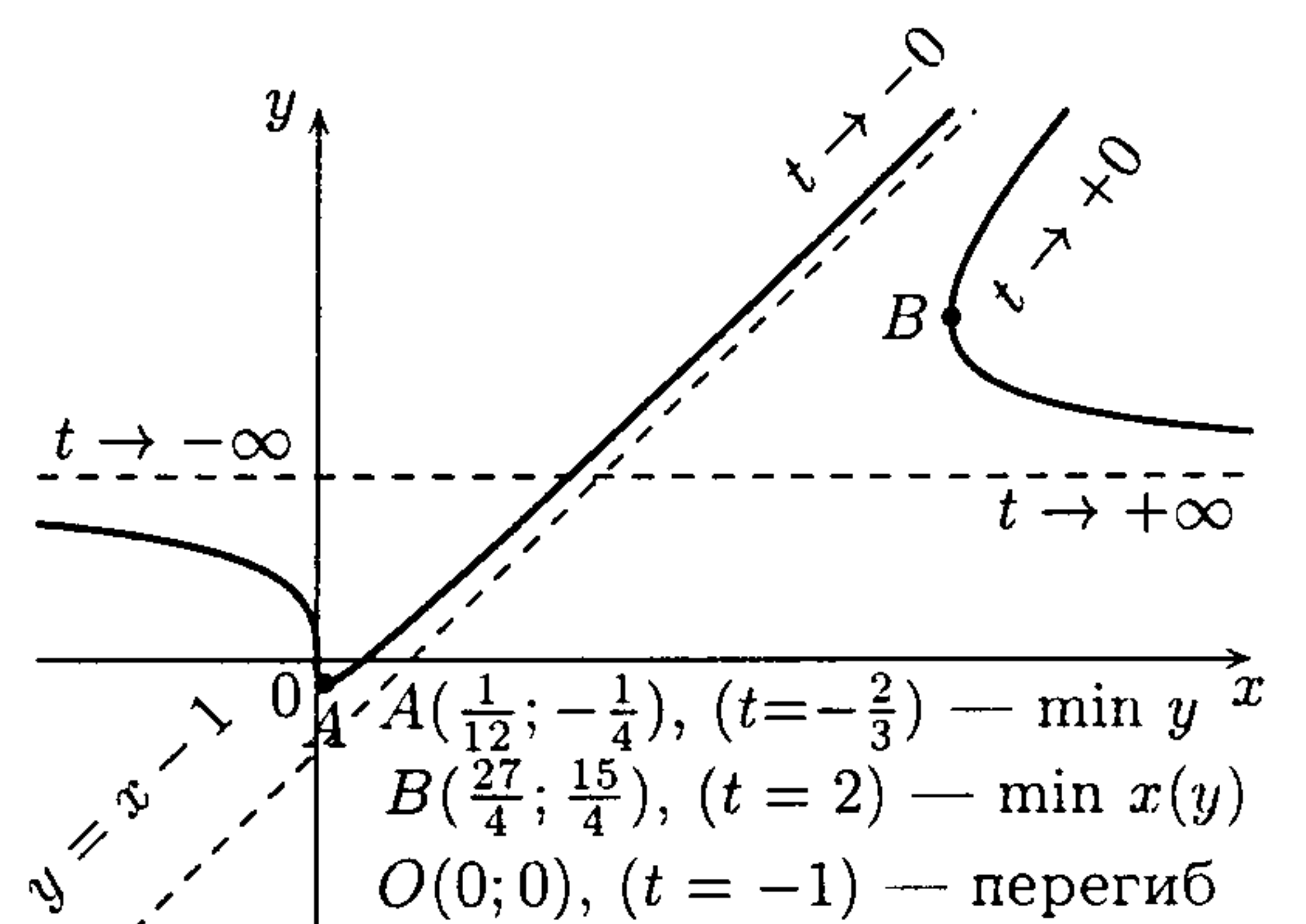
$x = 2\pi$ — точка разрыва

2-го рода; остальные точки интервала

$\left(-\frac{3\pi}{2}, \frac{5\pi}{2} \right)$ — точки непрерывности.

6. ④ $R = \frac{\sqrt{2}}{7}$ ($y' = -1$, $y'' = -14$) .

7. ⑤ $e^{1/48} \cdot \frac{x}{\ln(1+x)} = 1 + \frac{x}{2} - \frac{x^2}{12} + \frac{x^3}{24} + o(x^3)$.



К задаче 8

8. ⑦ Асимптоты: $y = 2$ ($t = \pm\infty$) , $y = x - 1$ ($t \rightarrow \pm 0$) ; $x'_t = \frac{(t+1)^2(t-2)}{t^3}$,

$y'_t = \frac{-3(t+2/3)}{t^3}$, $y'_x = -3 \frac{t+2/3}{(t+1)^2(t-2)}$, $y''_{xx} = \frac{6t^5}{(t+1)^5(t-2)^3}$, кривая на рисунке.

9. ③ Сходится.

1. а) ③ $\sin^2 x \cdot \ln(1 + \cos x) - \cos x + \frac{1}{2} \cos^2 x + C$;
 б) ④ $\frac{1}{3}(1+x^2)^{3/2} - 2(1+x^2)^{1/2} - \frac{1}{(1+x^2)^{1/2}} + C$.

2. ⑤ $e^{-1/2} \cdot e^{x\sqrt{1+2x}} = 1 + x + \frac{3}{2}x^2 + \frac{2}{3}x^3 + o(x^3)$,
 $\cos(x-x^2) = 1 - \frac{x^2}{2} + x^3 + o(x^3)$.

3. а) ④ Асимптоты: $x = 0$, $y = x - 7$, график на рисунке; $y' = \frac{(x-1)^6(x+6)}{x^7}$, $y'' = \frac{42(x-1)^5}{x^8}$.

б) ⑤ Асимптота:
 $y = -x - 1$ ($x \rightarrow \infty$); $y' = -\frac{x}{(x-1)^{2/3}(x+2)^{1/3}}$,
 $y'' = \frac{2}{(x+2)^{4/3}(x-1)^{5/3}}$, график на рисунке.

4. а) ② $y = -3 + 14x - \frac{57x^2}{2} + o(x^2)$;

б) ④ $y = \left(\frac{t^2}{2} - 5\right) \cdot e^{4-t^2}$, $t = x + 2$,

$y = -5e^4 + \sum_{k=1}^n (-1)^{k-1} e^4 \left(\frac{5}{k!} + \frac{1}{(k-1)!2}\right) (x+2)^{2k} + o((x+2)^{2n+1})$.

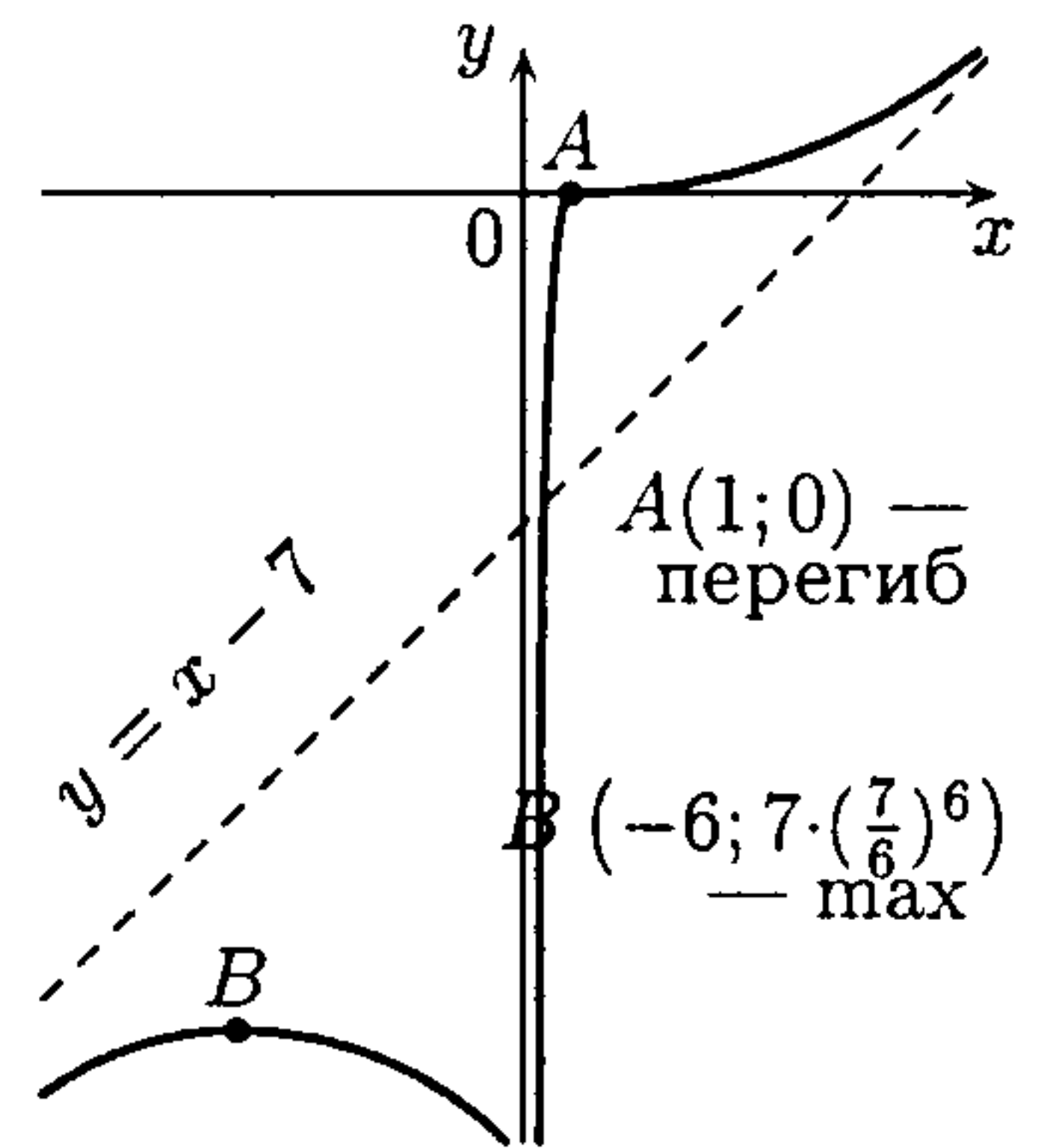
5. ④ $x = 0$ — точка разрыва 1-го рода, $x = \frac{3\pi}{2}$ — точка разрыва 2-го рода; остальные точки интервала $(-\pi, 2\pi)$ — точки непрерывности.

6. ④ $R = \frac{1}{2}$ ($y' = 0$, $y'' = -2$).

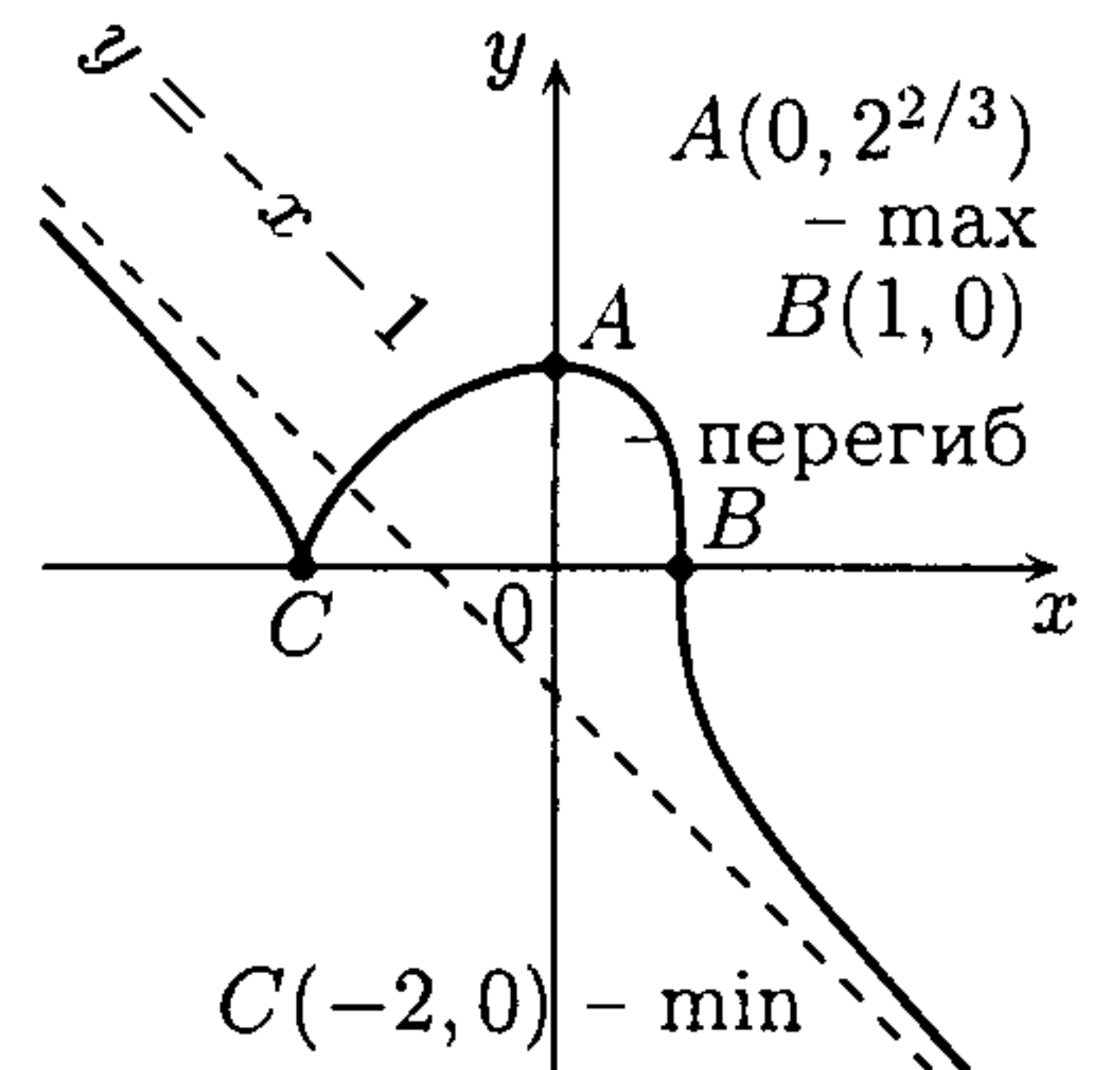
7. ⑤ $-\frac{7}{6} \cdot \sqrt[3]{x^3 - 3x^2} - x = -1 - \frac{1}{x} - \frac{5}{3x^2} + o\left(\frac{1}{x^2}\right)$.

8. ⑦ Асимптоты: $y = \frac{5}{2}$ ($t \rightarrow 1 \pm 0$),
 $x = 1$ ($t \rightarrow \pm\infty$), $y = -2x + \frac{3}{2}$ ($t \rightarrow -1 \pm 0$);
 $x'_t = -\frac{2t}{(t^2-1)^2}$, $y'_t = \frac{t(t+2)}{(t+1)^2}$, $y'_x = -\frac{(t+2)(t-1)^2}{2}$,
 $y''_{xx} = \frac{3}{4} \frac{(t+1)^3(t-1)^3}{t}$, кривая на рисунке.

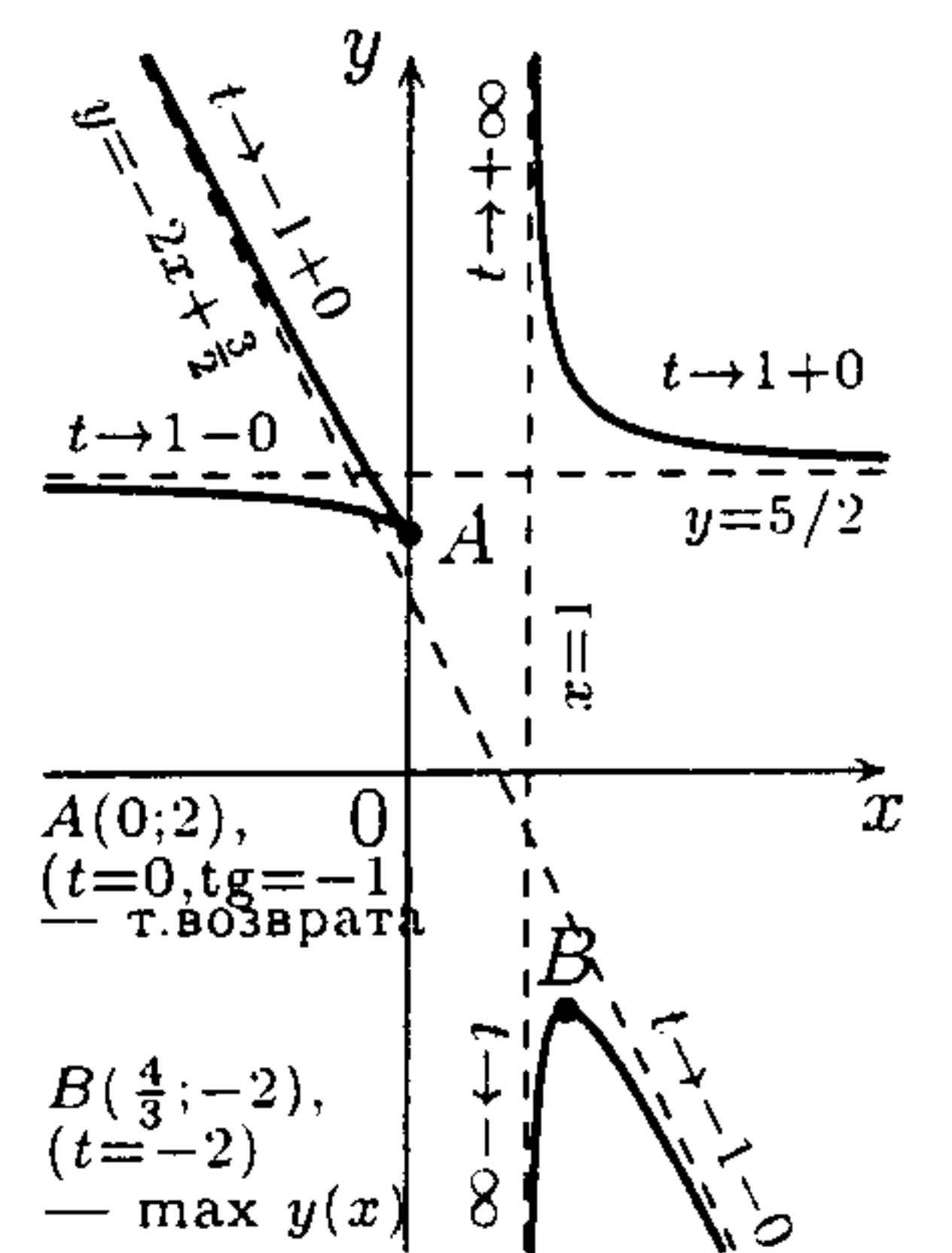
9. ③ Расходится.



К задаче 3а)



К задаче 3б)



К задаче 8