

ЭКЗАМЕНАЦИОННАЯ РАБОТА

Дисциплина: **Математический анализ**

Год: **2002/2003**

Вариант: **1**

Курс: **1** Семестр: **весенний**

1.④ Найти первый и второй дифференциал функции $f(x,y) = x^{\cos y}$ в точке $M(1,\pi)$. В окрестности этой точки функцию $f(x,y)$ разложить по формуле Тейлора до членов второго порядка включительно.

2.③ Найти объем тела, образованного вращением вокруг оси Ox фигуры

$$0 \leq y \leq \sqrt{\frac{1}{2} + x^2} \cdot \sin x, \quad 0 \leq x \leq \pi.$$

3.⑤ Исследовать на дифференцируемость в точке $(0,0)$ функцию $f(x,y)$, если

$$f(x,y) = \frac{(y^2 - xy)^2}{\left(x^8 + y^8 - \frac{4}{3}x^4y^4\right)^{1/3}} \quad \text{при } x^2 + y^2 > 0 \quad \text{и} \quad f(0,0) = 0.$$

Исследовать на сходимость и абсолютную сходимость интегралы

$$4.④ \int_0^{+\infty} \frac{(e^x - 1)^6 dx}{\operatorname{ch}^\alpha 6x (\sqrt[4]{1+x^6} - 1)^\alpha} \quad \left| \quad 5.⑤ \int_2^{+\infty} \operatorname{sh} \frac{\cos x}{\sqrt[5]{x^2 - \ln x}} dx.$$

6.③ Исследовать на сходимость ряд $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^n}{\pi^{n/2} n!} \operatorname{arctg} n$.

Исследовать на сходимость и равномерную сходимость на интервалах $(0,1)$ и $(1, +\infty)$:

$$7.⑤ \text{ последовательность } \left. \begin{aligned} f_n(x) &= x^3 n \operatorname{sh} \frac{n^2 + x}{n^3 + x^3}, \\ n &\in \mathbb{N}; \end{aligned} \right| 8.④ \text{ ряд } \sum_{n=1}^{\infty} \sqrt{n^3 x} \left(\frac{1}{nx} - \sin \frac{1}{nx} \right)^{\frac{7}{8}}.$$

9.③ Разложить в ряд по степеням x функцию $f(x) = \arccos \sqrt{\frac{1}{2} - \frac{x^2}{8}}$ и найти радиус сходимости полученного ряда.

10.⑦ На интервале $(0; +\infty)$ исследовать на равномерную непрерывность функции

$$f(x) = x \ln(1 + x^2); \quad g(x) = \frac{\ln(1 + x^2)}{x}.$$

ЭКЗАМЕНАЦИОННАЯ РАБОТА

Дисциплина: **Математический анализ**

Год: **2002/2003**

Вариант: **2**

Курс: **1** Семестр: **весенний**

1.④ Найти первый и второй дифференциал функции $f(x,y) = e^{\operatorname{tg} \frac{x}{y}}$ в точке $M(0,1)$. В окрестности этой точки функцию $f(x,y)$ разложить по формуле Тейлора до членов второго порядка включительно.

2.③ Найти площадь поверхности, образованной вращением кривой $y = \sqrt{1+x^2}$, $0 \leq x \leq \frac{1}{4}$ вокруг оси Ox .

3.⑤ Исследовать на дифференцируемость в точке $(0,0)$ функцию $f(x,y)$, если

$$f(x,y) = e^{\frac{xy^3}{\sqrt{x^4+y^4-\frac{1}{2}x^2y^2}}} - 1 \quad \text{при} \quad x^2 + y^2 > 0 \quad \text{и} \quad f(0,0) = 0.$$

Исследовать на сходимость и абсолютную сходимость интегралы

4.④ $\int_0^1 \frac{\operatorname{arctg}^\alpha(x^2 - x^3)dx}{(\ln x)^2 \left(\cos \frac{\pi x}{2}\right)^{2\alpha-1}}$.

5.⑤ $\int_2^{+\infty} \arcsin \frac{\cos x}{x^{\frac{1}{e}} + e^{-x}} dx$.

6.③ Исследовать на сходимость ряд $\sum_{n=1}^{\infty} \left(n \ln \frac{2n+1}{2n-1} - 1 \right)$.

Исследовать на сходимость и равномерную сходимость на интервалах $(0,1)$ и $(1, +\infty)$:

7.⑤ последовательность $f_n(x) = \frac{1}{x+1} \cos \frac{(n-1)x}{n^2x^2+1}$, $n \in \mathbb{N}$;

8.④ ряд $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n}{\sqrt{x}} \left(\operatorname{sh} \frac{x}{n} - \frac{x}{n} \right)^{\frac{3}{4}}$.

9.③ Разложить в ряд по степеням x функцию $f(x) = \operatorname{arccctg} \frac{x}{\sqrt{9-x^2}}$ и найти радиус сходимости полученного ряда.

10.⑦ На интервале $(0; +\infty)$ исследовать на равномерную непрерывность функции

$$f(x) = \frac{\sin x^3}{x}; \quad g(x) = \sqrt{x} \sin x.$$

ЭКЗАМЕНАЦИОННАЯ РАБОТА

Дисциплина: **Математический анализ**

Год: **2002/2003**

Вариант: **3**

Курс: **1** Семестр: **весенний**

1.④ Найти первый и второй дифференциал функции $f(x,y) = y^{\sin x}$ в точке $M\left(-\frac{\pi}{2}, 1\right)$. В окрестности этой точки функцию $f(x,y)$ разложить по формуле Тейлора до членов второго порядка включительно.

2.③ Найти длину дуги кривой $y = \ln(1 + \sin x)$, $0 \leq x \leq \frac{\pi}{2}$.

3.⑤ Исследовать на дифференцируемость в точке $(0,0)$ функцию $f(x,y)$, если

$$f(x,y) = \frac{x^3 - xy^2}{\left(x^6 + y^6 - \frac{3}{2}x^3y^3\right)^{1/4}} \quad \text{при } x^2 + y^2 > 0 \quad \text{и} \quad f(0,0) = 0.$$

Исследовать на сходимость и абсолютную сходимость интегралы

4.④ $\int_0^{+\infty} \frac{\operatorname{sh}^\alpha x \, dx}{(e^{4x} - 1)(\sqrt{1 + x^2} - 1)^\alpha}$ | 5.⑤ $\int_2^{+\infty} (\ln(3x + \sin x) - \ln(3x - \sin x)) \, dx$.

6.③ Исследовать на сходимость ряд $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^{n+1} \sin \frac{1}{n}}{\pi^n n!}$.

Исследовать на сходимость и равномерную сходимость на интервалах $(0,1)$ и $(1, +\infty)$:

7.⑤ последовательность $f_n(x) = x^{2n} \operatorname{tg} \frac{n+x}{n^2+x^2}$,
 $n \in \mathbb{N}$;

8.④ ряд $\sum_{n=1}^{\infty} \sqrt[3]{n^2 x} \left(\frac{1}{nx} - \ln \left(1 + \frac{1}{nx} \right) \right)^{\frac{6}{7}}$.

9.③ Разложить в ряд по степеням x функцию $f(x) = \operatorname{arccos} \frac{2x^3}{\sqrt{1+4x^6}}$ и найти радиус сходимости полученного ряда.

10.⑦ На интервале $(0; +\infty)$ исследовать на равномерную непрерывность функции

$$f(x) = x^2 \operatorname{arctg} x; \quad g(x) = \frac{\operatorname{arctg} x^2}{x}.$$

ЭКЗАМЕНАЦИОННАЯ РАБОТА

Дисциплина: **Математический анализ**

Год: 2002/2003

Вариант: **4**

Курс: **1** Семестр: **весенний**

- 1.④ Найти первый и второй дифференциал функции $f(x,y) = \operatorname{th}(x \cos y - 1)$ в точке $M(1,0)$. В окрестности этой точки функцию $f(x,y)$ разложить по формуле Тейлора до членов второго порядка включительно.

- 2.③ Найти площадь фигуры, ограниченной кривыми, заданными в полярных координатах

$$r = 2 \cos^2 \frac{\varphi}{3}, \quad r = 1, \quad r \geq 1, \quad 0 \leq \varphi \leq \pi.$$

- 3.⑤ Исследовать на дифференцируемость в точке $(0,0)$ функцию $f(x,y)$, если

$$f(x,y) = e^{\frac{-2}{x^2+y^2-\frac{5}{4}xy}} \quad \text{при} \quad x^2 + y^2 > 0 \quad \text{и} \quad f(0,0) = 0.$$

Исследовать на сходимость и абсолютную сходимость интегралы

4.④ $\int_0^1 \frac{\arcsin^\alpha(x^3 - x^4)}{(\ln x)^2 (\sin \pi x)^{2\alpha-1}} dx$. 5.⑤ $\int_2^{+\infty} \operatorname{tg} \frac{\sin x}{\sqrt[7]{x^3 - x}} dx$.

- 6.③ Исследовать на сходимость ряд $\sum_{n=1}^{\infty} \left(1 - \frac{\ln n}{n}\right)^n$.

Исследовать на сходимость и равномерную сходимость на интервалах $(0,1)$ и $(1, +\infty)$:

7.⑤ последовательность
 $f_n(x) = \ln \left(x + \frac{n^2 + x^2}{e^{nx}} \right)$,
 $n \in \mathbb{N}$;

8.④ ряд $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sqrt{n}}{\sqrt[3]{x}} \left(e^{\frac{x}{n}} - \frac{x+n}{n} \right)^{\frac{4}{5}}$.

- 9.③ Разложить в ряд по степеням x функцию $f(x) = x^2 \arccos \frac{4x}{4+x^2}$ и найти радиус сходимости полученного ряда.

- 10.⑦ На интервале $(0; +\infty)$ исследовать на равномерную непрерывность функции

$$f(x) = \cos \left(x^2 - \frac{1}{x} \right) - \cos \left(x^2 + \frac{1}{x} \right); \quad g(x) = \sin(x \sin x).$$