

## ЭКЗАМЕНАЦИОННАЯ РАБОТА

Дисциплина: **Математический анализ**

Год: 2000/2001

Вариант: **1**

Курс: **1** Семестр: **весенний**

1. Найти объем тела, образованного вращением вокруг оси  $Ox$  фигуры, ограниченной линиями  $y = \sqrt{\frac{x^2 + x}{x - 3}}$ ,  $y = 0$  ( $-1 \leq x \leq 0$ ).

2. Найти массу четверти эллипса  $\frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{4} = 1$ , лежащей в первом квадранте, если линейная плотность меняется по закону  $\rho(x, y) = xy$ .

3. Найти первый и второй дифференциалы функции  $f(x, y) = \arctg(x^2 y - 2e^{x-1})$  в точке  $(1; 3)$ . Разложить  $f(x, y)$  по формуле Тейлора до  $o\left((x-1)^2 + (y-3)^2\right)$  при  $x \rightarrow 1$ ,  $y \rightarrow 3$ .

4. Исследовать на дифференцируемость в точке  $(0; 0)$  функцию

$$f(x, y) = \frac{|x^3 y|^{1/2}}{(x^2 + xy + y^2)^\alpha}, \quad x^2 + y^2 > 0; \quad f(0, 0) = 0 :$$

а) при  $\alpha = \frac{1}{2}$ ;      б) при  $\alpha = \frac{1}{4}$ .

5. Исследовать на сходимость интеграл  $\int_0^1 \left(\frac{1}{x^2} - 1\right)^\alpha \sin^2 \pi x dx$ .

6. Исследовать на сходимость и абсолютную сходимость интеграл

$$\int_1^{+\infty} \frac{\sin(2x - 2)}{x(e^{x-1} - x)^\alpha} dx.$$

7. Исследовать на сходимость ряд  $\sum_{n=1}^{\infty} \left(n \arcsin \frac{1}{n}\right)^{n^3}$ .

8. Исследовать на сходимость и равномерную сходимость последовательность  $f_n(x) = n^2 \left(x - n \sin \frac{x}{n}\right)$  на интервалах  $(0; 1)$  и  $(1; +\infty)$ .

9. Исследовать на сходимость и равномерную сходимость ряд

$$\sum_{n=1}^{\infty} (1 + x\sqrt{n}) \left(1 - \cos \frac{1}{nx}\right)$$

на интервалах  $(0; 1)$  и  $(1; +\infty)$ .

10. Разложить в ряд по степеням  $x$  функцию  $f(x) = \ln(x + \sqrt{4 + x^2})$  и найти радиус сходимости полученного ряда.

ЭКЗАМЕНАЦИОННАЯ РАБОТА

Дисциплина: **Математический анализ**

Год: 2000/2001

Вариант: **2**

Курс: **1** Семестр: **весенний**

- 
1. Найти объем тела, образованного вращением вокруг оси  $Oy$  фигуры, ограниченной линиями  $y = a^2 - (x - 3a)^2$ ,  $y = -8a^2$  ( $a > 0$ ).
- 
2. Вычислить работу переменной силы  $\vec{F}(y - x^2, x)$ , точка приложения которой пробегает кривую  $y = 1 - |x^2 - 1|$ ,  $0 \leq x \leq 2$ , в направлении возрастания  $x$ .
- 
3. Найти первый и второй дифференциалы функции  $f(x, y) = \arcsin\left(2x - \frac{3}{2}xy\right)$  в точке  $(-1; 1)$ . Разложить  $f(x, y)$  по формуле Тейлора до  $o\left((x + 1)^2 + (y - 1)^2\right)$  при  $x \rightarrow -1$ ,  $y \rightarrow 1$ .
- 
4. Исследовать на дифференцируемость в точке  $(0; 0)$  функцию  $f(x, y) = \frac{x^3 y^2}{(x^6 + y^6)^\alpha}$ ,  $x^2 + y^2 > 0$ ;  $f(0, 0) = 0$ :  
а) при  $\alpha = \frac{1}{2}$ ; б) при  $\alpha = \frac{2}{3}$ .
- 
5. Исследовать на сходимость интеграл  $\int_0^{+\infty} \frac{(\sqrt[3]{x+1} - 1)^\alpha}{\sqrt{x^2 + \arctg \sqrt{x}}} dx$ .
- 
6. Исследовать на сходимость и абсолютную сходимость интеграл  $\int_2^{+\infty} \frac{\sin(3x - 6)}{(x - \ln(x - 1) - 2)^\alpha} dx$ .
- 
7. Исследовать на сходимость ряд  $\sum_{n=1}^{\infty} \left(n \arctg \frac{1}{n^2}\right)^{n^5}$ .
- 
8. Исследовать на сходимость и равномерную сходимость последовательность  $f_n(x) = n^2 \ln\left(1 + \frac{x}{n}\right) - x\sqrt{n^2 - 1}$  на интервалах  $(0; 1)$  и  $(1; +\infty)$ .
- 
9. Исследовать на сходимость и равномерную сходимость ряд  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{nx}{\sqrt{n+x}} \sin^2\left(\frac{\ln x}{n}\right)$  на интервалах  $(1; 2)$  и  $(2; +\infty)$ .
- 
10. Разложить в ряд по степеням  $x$  функцию  $f(x) = \arccos \frac{x}{\sqrt{9+x^2}}$  и найти радиус сходимости полученного ряда.
-

## ЭКЗАМЕНАЦИОННАЯ РАБОТА

Дисциплина: **Математический анализ**

Год: 2000/2001

Вариант: **3**

Курс: **1** Семестр: **весенний**

1. Найти площадь фигуры, ограниченной осью  $Ox$  и линиями

$$\sqrt{x} + \sqrt{y} = 2, \quad x = y^2.$$

2. Найти массу дуги кривой  $y = 2 \operatorname{ch} \frac{x}{2}$  ( $0 \leq x \leq 2$ ), если линейная плотность меняется по закону  $\rho(x,y) = x^2$ .

3. Найти первый и второй дифференциалы функции  $f(x,y) = \cos(3 \arcsin x + y^2 - 2xy)$  в точке  $\left(\frac{1}{2}; 1\right)$ . Разложить  $f(x,y)$  по формуле Тейлора до  $o\left(\left(x - \frac{1}{2}\right)^2 + (y - 1)^2\right)$  при  $x \rightarrow \frac{1}{2}$ ,  $y \rightarrow 1$ .

4. Исследовать на дифференцируемость в точке  $(0; 0)$  функцию

$$f(x,y) = \frac{(x^2 y^3)^{3/5}}{(x^2 - xy + y^2)^\alpha}, \quad x^2 + y^2 > 0; \quad f(0,0) = 0:$$

а) при  $\alpha = 1$ ;    б) при  $\alpha = \frac{1}{2}$ .

5. Исследовать на сходимость интеграл  $\int_0^\infty x^\alpha \left( \sqrt{x^4 + x^2} - \frac{x}{1+x^2} \right) dx$ .

6. Исследовать на сходимость и абсолютную сходимость интеграл

$$\int_0^{+\infty} \frac{\sin 2x}{(x^3 - 6x + 6 \sin x)^\alpha} dx.$$

7. Исследовать на сходимость ряд  $\sum_{n=1}^{\infty} \left( n^3 \operatorname{tg} \frac{1}{n^3} \right)^{n^7}$ .

8. Исследовать на сходимость и равномерную сходимость последовательность  $f_n(x) = n^2 \left( n \operatorname{sh} \frac{1}{nx} - \frac{1}{x} \right)$  на интервалах  $(0; 1)$  и  $(1; +\infty)$ .

9. Исследовать на сходимость и равномерную сходимость ряд  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{x^4}{n+x+1} \operatorname{arctg} \left( \frac{x^2}{\sqrt{n}} \right)$  на интервалах  $(0; 1)$  и  $(1; +\infty)$ .

10. Разложить в ряд по степеням  $x$  функцию  $f(x) = \operatorname{arctg} \frac{4-x}{4+x}$  и найти радиус сходимости полученного ряда.

## ЭКЗАМЕНАЦИОННАЯ РАБОТА

Дисциплина: **Математический анализ**

Год: 2000/2001

Вариант: **4**

Курс: **1** Семестр: **весенний**

1. Найти площадь поверхности эллипсоида, образованного вращением эллипса с полуосями 5 и 3 вокруг большой оси.

2. Вычислить работу переменной силы  $\vec{F}(y, x^3 - y)$ , точка приложения которой пробегает кривую  $y = 1 + |x^3|$ ,  $-1 \leq x \leq 1$ , в направлении возрастания  $x$ .

3. Найти первый и второй дифференциалы функции  $f(x, y) = \ln \left( \pi - 4 \operatorname{arctg} x + \frac{x^2}{y} \right)$  в точке  $(1; 1)$ . Разложить  $f(x, y)$  по формуле Тейлора до  $o \left( (x - 1)^2 + (y - 1)^2 \right)$  при  $x \rightarrow 1$ ,  $y \rightarrow 1$ .

4. Исследовать на дифференцируемость в точке  $(0; 0)$  функцию

$$f(x, y) = \frac{(x^2 y)^{4/3}}{(x^4 + y^4)^\alpha}, \quad x^2 + y^2 > 0; \quad f(0, 0) = 0 :$$

а) при  $\alpha = \frac{1}{2}$ ;      б) при  $\alpha = \frac{3}{4}$ .

5. Исследовать на сходимость интеграл  $\int_0^1 \left( \frac{\operatorname{tg}(\sqrt{x} - x)}{e^x - 1} \right)^\alpha dx$ .

6. Исследовать на сходимость и абсолютную сходимость интеграл

$$\int_1^{+\infty} \frac{\sin(x - 1)}{(2x^{3/2} - 3x + 1)^\alpha} dx.$$

7. Исследовать на сходимость ряд  $\sum_{n=1}^{\infty} \left( n^2 \ln \left( 1 + \frac{1}{n^2} \right) \right)^{n^3}$ .

8. Исследовать на сходимость и равномерную сходимость последовательность  $f_n(x) = n^2 \left( e^{-\frac{1}{nx}} - 1 \right) + \frac{n}{x}$  на интервалах  $(0; 1)$  и  $(1; +\infty)$ .

9. Исследовать на сходимость и равномерную сходимость ряд  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{nx^2}{n^2 + x} \ln \left( 1 + \frac{x}{\sqrt{n}} \right)$  на интервалах  $(0; 1)$  и  $(1; +\infty)$ .

10. Разложить в ряд по степеням  $x$  функцию  $f(x) = \operatorname{arctg} \sqrt{\frac{1 - 3x}{1 + 3x}}$  и найти радиус сходимости полученного ряда.