

ЭКЗАМЕНАЦИОННАЯ РАБОТА

Дисциплина: Математический анализ

Год: 1999/2000

Вариант: 1

Курс: 1 Семестр: весенний

---

---

1. Пусть  $z(x, y)$  — дифференцируемая функция, заданная уравнением  $z^3 + xz + y^2 = 0$  и принимающая в точке  $x = -2$ ,  $y = 1$  значение  $z = 1$ . Найти  $dz(-2; 1)$ ,  $d^2z(-2; 1)$ .

---

2. Найти объём тела, образованного при вращении вокруг оси  $Oy$  фигуры  $\frac{3\pi}{2} \leq x \leq \frac{5\pi}{2}$ ,  $0 \leq y \leq \cos x$ .

---

3. Разложить по степеням  $x$  функцию

$$f(x) = \arcsin \frac{2x}{\sqrt{1+4x^2}} + x \int_0^x \frac{\ln(1+t^2)}{t} dt$$

и найти радиус сходимости полученного ряда.

---

4. Исследовать на сходимость ряд  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1^2 \cdot 4^2 \cdot 7^2 \cdot \dots \cdot (3n+1)^2}{(2n)!} \operatorname{arctg} \frac{1}{2^n}$ .

**Исследовать на сходимость и равномерную сходимость на множествах  $(0; 1)$  и  $(1; +\infty)$ :**

---

5. последовательность  $f_n(x) = \frac{\sqrt{1+n^2x}}{xn}$ ;

---

6. ряд  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sqrt{nx}}{x+n} \ln \left(1 + \frac{x}{n}\right)$ .

---

7. Исследовать на сходимость интеграл  $\int_0^{+\infty} \frac{x \arcsin \frac{1}{(x+1)^2}}{\ln^\alpha(x+1)} dx$ .

---

8. Исследовать на сходимость и абсолютную сходимость интеграл

$$\int_1^{+\infty} x \cos(x^2 \ln x) dx.$$

---

9. Исследовать на дифференцируемость в точке  $(0, 0)$  функцию

$$f(x, y) = \frac{x \ln(1+y) - y \ln(1+x) + \frac{xy}{2}(y-x)}{(x^2+y^2)^{3/2}}, \quad x^2+y^2 \neq 0; \quad f(0, 0) = 0.$$

---

## ЭКЗАМЕНАЦИОННАЯ РАБОТА

Дисциплина: **Математический анализ**

Год: 1999/2000

Вариант: **2**

Курс: **1** Семестр: **весенний**

1. Пусть  $z(x,y)$  — дифференцируемая функция, заданная уравнением  $x + z = e^{yz}$  и принимающая в точке  $x = 0$ ,  $y = 0$  значение  $z = 1$ .  
Найти  $dz(0;0)$ ,  $d^2z(0;0)$ .

2. Найти длину дуги кривой  $y = \ln \cos x$ ,  $\frac{\pi}{6} \leq x \leq \frac{\pi}{4}$ .

3. Разложить по степеням  $x$  функцию
- $$f(x) = \operatorname{arctg} \frac{3x+1}{3x-1} + x \int_0^x \frac{1 - \cos t}{t} dt$$
- и найти радиус сходимости полученного ряда.

4. Исследовать на сходимость ряд

$$\sum_{n=1}^{\infty} 2^n \left( \frac{n-1}{n} \right)^{n^2}.$$

**Исследовать на сходимость и равномерную сходимость на множествах  $(0; 1)$  и  $(1; +\infty)$ :**

5. последовательность  $f_n(x) = x \operatorname{arccotg} \frac{x}{n^2}$ ;

6. ряд  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sqrt{nx}}{1+nx} \sin \frac{1}{xn}$ .

7. Исследовать на сходимость интеграл  $\int_0^{+\infty} \frac{\ln^\alpha(\operatorname{ch} x) dx}{x^\alpha(1+x^2)}$ .

8. Исследовать на сходимость и абсолютную сходимость интеграл
- $$\int_1^{+\infty} x^{3/2} \sin(x^3 - 2x) dx.$$

9. Исследовать на дифференцируемость в точке  $(0,0)$  функцию

$$f(x,y) = \frac{x \operatorname{sh} y - y \operatorname{sh} x + \frac{xy}{6} (x^2 - y^2)}{(x^2 + y^2)^{5/2}}, \quad x^2 + y^2 \neq 0; \quad f(0,0) = 0.$$

## ЭКЗАМЕНАЦИОННАЯ РАБОТА

Дисциплина: **Математический анализ**

Год: 1999/2000

Вариант: **3**

Курс: **1** Семестр: **весенний**

1. Пусть  $z(x, y)$  — дифференцируемая функция, заданная уравнением  $z^3 + 2yz + xy = 0$  и принимающая в точке  $x = 1$ ,  $y = -1$  значение  $z = -1$ . Найти  $dz(1; -1)$ ,  $d^2z(1; -1)$ .

2. Найти площадь поверхности, образованной вращением вокруг оси  $Ox$  кривой  $y = e^x$ ,  $0 \leq x \leq a$ .

3. Разложить по степеням  $x$  функцию

$$f(x) = \arccos \frac{x^2}{\sqrt{1+x^4}} + x \int_0^x \frac{\operatorname{sh} t^2}{t} dt$$

и найти радиус сходимости полученного ряда.

4. Исследовать на сходимость ряд  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2^2 \cdot 5^2 \cdot 8^2 \cdot \dots \cdot (3n+2)^2}{(2n+1)!} \sin \frac{1}{3^n}$ .

**Исследовать на сходимость и равномерную сходимость на множествах  $(0; 1)$  и  $(1; +\infty)$ :**

5. последовательность  $f_n(x) = \frac{x \ln(1 + e^{n/x})}{n}$ ;

6. ряд  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{xn}{x^2 + n^2} \operatorname{arctg} \frac{x}{n}$ .

7. Исследовать на сходимость интеграл  $\int_0^{+\infty} \frac{\ln^\alpha(e^x - x)}{x^{2\alpha}(\sqrt{x} + 1)} dx$ .

8. Исследовать на сходимость и абсолютную сходимость интеграл

$$\int_1^{+\infty} \cos(x^{3/2} - \ln x) dx.$$

9. Исследовать на дифференцируемость в точке  $(0, 0)$  функцию

$$f(x, y) = \frac{x \operatorname{arctg} y - y \operatorname{arctg} x + \frac{xy}{3}(y^2 - x^2)}{(x^2 + y^2)^{5/2}}, \quad x^2 + y^2 \neq 0; \quad f(0, 0) = 0.$$

## ЭКЗАМЕНАЦИОННАЯ РАБОТА

Дисциплина: Математический анализ

Год: 1999/2000

Вариант: 4

Курс: 1 Семестр: весенний

---

---

1. Пусть  $z(x,y)$  — дифференцируемая функция, заданная уравнением  $y - z = e^{xz}$  и принимающая в точке  $x = 1$ ,  $y = 1$  значение  $z = 0$ . Найти  $dz(1;1)$ ,  $d^2z(1;1)$ .
- 

2. Найти длину дуги кривой  $x^{2/3} + y^{2/3} = a^{2/3}$ , от точки  $(a; 0)$  до точки  $(-a; 0)$ .
- 

3. Разложить по степеням  $x$  функцию

$$f(x) = \ln(x + \sqrt{3 + x^2}) + x \int_0^x \frac{e^{-t^2} - 1}{t} dt$$

и найти радиус сходимости полученного ряда.

---

4. Исследовать на сходимость ряд  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{3^n} \left(\frac{n+2}{n}\right)^{n^2}$ .

**Исследовать на сходимость и равномерную сходимость на множествах  $(0; 1)$  и  $(1; +\infty)$ :**

---

5. последовательность  $f_n(x) = \frac{\operatorname{arctg} n^2 x}{x}$ ;
- 

6. ряд  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{nx}{1 + n^2 x^2} \ln \left(1 + \frac{1}{nx}\right)$ .
- 

7. Исследовать на сходимость интеграл  $\int_0^{+\infty} \frac{x^\alpha \operatorname{arctg}^\alpha \left(\frac{x}{1+x^2}\right)}{1+x^2} dx$ .
- 

8. Исследовать на сходимость и абсолютную сходимость интеграл

$$\int_1^{+\infty} x \sin(\sqrt{x^5 - 1}) dx.$$

---

9. Исследовать на дифференцируемость в точке  $(0,0)$  функцию

$$f(x,y) = \frac{xe^y - ye^x + y - x + \frac{xy}{2}(x-y)}{(x^2 + y^2)^{3/2}}, \quad x^2 + y^2 \neq 0; \quad f(0,0) = 0.$$

---