

ЭКЗАМЕНАЦИОННАЯ РАБОТА

Дисциплина: **Математический анализ**

Год: 1998/99

Вариант: **1**

Курс: **1** Семестр: **весенний**

1. Пусть $z(x, y)$ — дифференцируемая функция, заданная уравнением $yz = \sin(zx)$ и принимающая в точке $x = \frac{\pi}{2}$, $y = 1$ значение $z = 1$.
Найти $dz\left(\frac{\pi}{2}; 1\right)$ и $d^2z\left(\frac{\pi}{2}; 1\right)$.

2. Найти объём тела, образованного вращением вокруг оси Ox кривой $y = x\sqrt{x}\sqrt[4]{x^2 - 1}$, $1 \leq x \leq \sqrt{3}$.

3. Разложить по степеням $(x + 1)$ функцию
$$f(x) = \ln(2 + \sqrt{x + 5})$$

и найти радиус сходимости полученного ряда.

4. Исследовать на сходимость ряд
$$\sum_{n=2}^{\infty} \frac{(\sqrt[n]{n} - 1)^\alpha}{\sqrt{\ln n}}.$$

Исследовать на сходимость и равномерную сходимость на множествах $(0; 1)$ и $(1; +\infty)$:

5. последовательность $f_n(x) = (n + \ln x) \operatorname{arctg} \frac{1}{nx}$; 6. ряд
$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n}{x + 1} \operatorname{sh} \frac{x}{n^2 \sqrt{n}}.$$

7. Исследовать на сходимость интеграл
$$\int_0^{+\infty} x^\alpha \ln(x + \cos x) \sqrt{e^{\alpha\sqrt{x}} - 1 - \alpha\sqrt{x}} dx.$$

8. Исследовать на сходимость и абсолютную сходимость интеграл
$$\int_2^{+\infty} \frac{x \sin(3x^2 + 1)}{\ln^\alpha x} dx.$$

9. Исследовать на непрерывность и дифференцируемость в точке $(0; 0)$ функцию
$$f(x, y) = \begin{cases} \frac{y^3}{x} \sin \frac{2x}{x^2 + y^2}, & x \neq 0 \\ 2y, & x = 0. \end{cases}$$

ЭКЗАМЕНАЦИОННАЯ РАБОТА

Дисциплина: **Математический анализ**

Год: 1998/99

Вариант: **2**

Курс: **1** Семестр: **весенний**

1. Пусть $z(x,y)$ — дифференцируемая функция, заданная уравнением $xz = 1 - \operatorname{ch}(zy)$ и принимающая в точке $x = 1$, $y = 1$ значение $z = 0$. Найти $dz(1;1)$ и $d^2z(1;1)$.

2. Найти длину дуги кривой $x = \operatorname{sh}^3 t$, $y = \operatorname{ch}^3 t$, $1 \leq t \leq 2$.

3. Разложить по степеням $(x+2)$ функцию

$$f(x) = 5 + \int_{-2}^x \ln(2t^2 + 8t + 11) dt$$

и найти радиус сходимости полученного ряда.

4. Исследовать на сходимость ряд $\sum_{n=2}^{\infty} \frac{\left(n - \operatorname{ctg} \frac{1}{n}\right)^\alpha}{\sqrt[3]{\ln n}}$.

Исследовать на сходимость и равномерную сходимость на множествах $(0;1)$ и $(1;+\infty)$:

5. последовательность $f_n(x) = \frac{\operatorname{th}(1+nx)}{x}$;

6. ряд $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{x+n} \left(e^{\frac{x}{n}} - 1\right)$.

7. Исследовать на сходимость интеграл

$$\int_0^{+\infty} x^\alpha \left(\sqrt{x^2 + x^5} - \sin x\right) \ln \left(e^{\frac{\alpha}{x}} - \frac{\alpha}{x}\right) dx.$$

8. Исследовать на сходимость и абсолютную сходимость интеграл

$$\int_1^{+\infty} \frac{e^{\alpha x} \sin(2x^3 - 1)}{x - \ln x} dx.$$

9. Исследовать на непрерывность и дифференцируемость в точке $(0;0)$ функцию

$$f(x,y) = \begin{cases} \sqrt[3]{\frac{x^3 y + y^5}{|x| + |y|}} + 2y, & x^2 + y^2 \neq 0 \\ 0, & x^2 + y^2 = 0. \end{cases}$$

ЭКЗАМЕНАЦИОННАЯ РАБОТА

Дисциплина: **Математический анализ**

Год: 1998/99

Вариант: **3**

Курс: **1** Семестр: **весенний**

1. Пусть $z(x, y)$ — дифференцируемая функция, заданная уравнением $xz = \cos(zy)$ и принимающая в точке $x = 1$, $y = 0$ значение $z = 1$. Найти $dz(1; 0)$ и $d^2z(1; 0)$.

2. Найти площадь фигуры, ограниченной в полярных координатах линиями $r(\varphi) = \frac{\sin \varphi}{\sqrt{\cos \varphi}}$, $\varphi = 0$ и $\varphi = \frac{\pi}{6}$.

3. Разложить по степеням $(x + 2)$ функцию
- $$f(x) = (x + 2) \arccos \frac{x + 2}{\sqrt{x^2 + 4x + 5}}$$
- и найти радиус сходимости полученного ряда.

4. Исследовать на сходимость ряд $\sum_{n=2}^{\infty} \frac{\left(1 - \sqrt[n]{\cos \frac{1}{n}}\right)^\alpha}{\ln^3 n}$.

Исследовать на сходимость и равномерную сходимость на множествах $(0; 1)$ и $(1; +\infty)$:

5. последовательность
- $$f_n(x) = \frac{\ln(1 + n^x)}{x + \ln n};$$

6. ряд
- $$\sum_{n=1}^{\infty} \sqrt{\frac{n}{x+1}} \ln \left(1 + \left(\frac{x}{n}\right)^2\right).$$

7. Исследовать на сходимость интеграл

$$\int_0^{+\infty} \frac{x^\alpha}{\sqrt{x} + x^{3/4}} \sqrt{e^{\alpha x} - 1 - \alpha x} dx.$$

8. Исследовать на сходимость и абсолютную сходимость интеграл

$$\int_1^{+\infty} \frac{x^2 \cos(3x^3)}{x^\alpha + x^{-\alpha}} dx.$$

9. Исследовать на непрерывность и дифференцируемость в точке $(0; 0)$ функцию

$$f(x, y) = \begin{cases} \sin(x + y) \operatorname{arctg} \left| \frac{x}{y} \right|, & y \neq 0 \\ \frac{\pi}{2} \sin x, & y = 0. \end{cases}$$

ЭКЗАМЕНАЦИОННАЯ РАБОТА

Дисциплина: **Математический анализ**

Год: 1998/99

Вариант: **4**

Курс: **1** Семестр: **весенний**

1. Пусть $z(x,y)$ — дифференцируемая функция, заданная уравнением $yz = \operatorname{ch}(zx)$ и принимающая в точке $x = 0$, $y = 1$ значение $z = 1$. Найти $dz(0;1)$ и $d^2z(0;1)$.

2. Найти площадь поверхности, образованной вращением вокруг оси Oy кривой $x = \sqrt{y^2 - 1}$, $2 \leq y \leq \sqrt{5}$.

3. Разложить по степеням $\left(x - \frac{\pi}{2}\right)$ функцию

$$f(x) = \pi + \int_{\pi/2}^x \frac{\cos^2 t}{t - \frac{\pi}{2}} dt$$

и найти радиус сходимости полученного ряда.

4. Исследовать на сходимость ряд
$$\sum_{n=2}^{\infty} \frac{\left(e - \left(1 + \frac{1}{n^2}\right)^{n^2}\right)^{\alpha}}{\ln^2 n}.$$

Исследовать на сходимость и равномерную сходимость на множествах $(0;1)$ и $(1;+\infty)$:

5. последовательность

$$f_n(x) = n \operatorname{sh} \frac{x}{n+x};$$

6. ряд

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^2}{x+1} \left(\operatorname{ch} \frac{x}{n^2} - 1\right).$$

7. Исследовать на сходимость интеграл

$$\int_0^{+\infty} \left(\sqrt{x^2 + x^3} - x^{3/2}\right)^{\alpha} \ln \left(e^{\alpha x^2} - \alpha x^2\right) dx.$$

8. Исследовать на сходимость и абсолютную сходимость интеграл

$$\int_2^{+\infty} \frac{\cos(2x^2 + 3)}{(x - \operatorname{arctg} x) \ln^{\alpha} x} dx.$$

9. Исследовать на непрерывность и дифференцируемость в точке $(0;0)$ функцию

$$f(x,y) = \begin{cases} \frac{x^3}{y^2} \ln \left(1 + \frac{y^2}{x^2 + y^2}\right), & y \neq 0 \\ x, & y = 0. \end{cases}$$