

ЭКЗАМЕНАЦИОННАЯ РАБОТА

Дисциплина: Дифференциальные уравнения Год: 1999/2000

Вариант: 1 Курс: 2 Семестр: весенний

1. Найти все действительные решения уравнения

$$y^{IV} + 4y'' = 8e^{2x} + 8x^2.$$

2. Найти все действительные решения системы

$$\begin{cases} \dot{x} = 4x + 3y, \\ \dot{y} = 4y - 3z, \\ \dot{z} = -x + 3y + 5z, \end{cases} \quad (\lambda_1 = 5, \lambda_{2,3} = 4 \pm 3i).$$

3. Решить уравнение

$$(x + 1)y'' - 3(2x + 1)y' + 9xy = 2e^{4x}.$$

4. Найти положения равновесия системы, определить их характер и начертить фазовые траектории соответствующих линеаризованных систем.

$$\begin{cases} \dot{x} = x \operatorname{arctg}(1 - y^2), \\ \dot{y} = \ln \frac{y}{x}. \end{cases}$$

5. Найти экстремали и исследовать на экстремум функционал

$$\int_1^4 \left(\frac{9y^2}{x^2} - \frac{15yy'}{x} + 2(y')^2 - \frac{4y}{x\sqrt{x}} \right) dx, \quad y(1) = 2, \quad y(4) = -5.$$

6. Найти общее решение уравнения

$$-y \frac{\partial u}{\partial x} + 4x \frac{\partial u}{\partial y} + z \frac{4x^2 - y^2}{xy} \frac{\partial u}{\partial z} = 0$$

и решить задачу Коши: $u = \frac{z}{x^4}$ при $x = y$, $(x > 0, z > 0)$.

7. Решить задачу Коши

$$2y^2 y'' \sin x - 2y^2 y' \cos x + (y')^3 - 2y(y')^2 \sin x = 0, \quad y\left(\frac{\pi}{2}\right) = 1, \quad y'\left(\frac{\pi}{2}\right) = -1.$$

8. Найти общее решение, найти особые решения, начертить интегральные кривые уравнения

$$(6x + 6y)^5 = y'(y' + 6)^5.$$

9. Найти первый интеграл системы

$$\begin{cases} \dot{x} = 2x^3 - xy^3 \\ \dot{y} = 5y^4 + 7x^2y. \end{cases}$$

Составитель: доцент Пыркова О.А.

ЭКЗАМЕНАЦИОННАЯ РАБОТА

Дисциплина: Дифференциальные уравнения

Год: 1999/2000

Вариант: 2

Курс: 2 Семестр: весенний

1. Найти все действительные решения уравнения

$$y^{IV} - y''' = \sin x + e^x.$$

2. Найти все действительные решения системы

$$\begin{cases} \dot{x} = -2x - y + z, \\ \dot{y} = 2x - 5y + 2z, \\ \dot{z} = 3x - 2y - 2z, \end{cases} \quad (\lambda_{1,2,3} = -3).$$

3. Решить уравнение

$$xy'' - (x + 3)y' + \left(1 + \frac{3}{x}\right)y = \frac{x^3 e^x}{x - 1}, \quad (x > 1).$$

4. Найти положения равновесия системы, определить их характер и начертить фазовые траектории соответствующих линеаризованных систем.

$$\begin{cases} \dot{x} = e^{x+y} - x^2, \\ \dot{y} = \arcsin(x - x^3). \end{cases}$$

5. Найти экстремали и исследовать на экстремум функционал

$$\int_1^2 \left(\frac{18yy'}{x} - \frac{7y^2}{x^2} + (y')^2 - \frac{2y}{x} \right) dx, \quad y(1) = -\frac{1}{2}, \quad y(2) = 4.$$

6. Найти общее решение уравнения

$$\frac{y}{2x^2} \frac{\partial u}{\partial x} - x \frac{\partial u}{\partial y} + \frac{2x^4 - y^2}{4x^3 y} z \frac{\partial u}{\partial z} = 0$$

и решить задачу Коши: $u = \frac{z^2}{x}$ при $y = x^2$, $(x > 0, z > 0)$.

7. Решить задачу Коши

$$4yy'' + (4y^2 - 1)(y')^6 + (y')^2 = 0, \quad y(2) = 1, \quad y'(2) = -1.$$

8. Найти общее решение, найти особые решения, начертить интегральные кривые уравнения

$$y'(y' + 4)^3 + (4x + 4y)^3 = 0.$$

9. Найти первый интеграл системы

$$\begin{cases} \dot{x} = x^2 + xy^2, \\ \dot{y} = 3xy - 2y^3. \end{cases}$$

Составитель: доцент Ипатова В.М.

ЭКЗАМЕНАЦИОННАЯ РАБОТА

Дисциплина: Дифференциальные уравнения Год: 1999/2000

Вариант: 3 Курс: 2 Семестр: весенний

1. Найти все действительные решения уравнения

$$y^{IV} - y = 2e^x + 5e^x \sin x.$$

2. Найти все действительные решения системы

$$\begin{cases} \dot{x} = 3x + 2y, \\ \dot{y} = 3y + z, \\ \dot{z} = 2x - 4y + 4z, \end{cases} \quad (\lambda_1 = 4, \lambda_{2,3} = 3 \pm 2i).$$

3. Решить уравнение

$$(x + 3)y'' + 2(2x + 7)y' + 4(x + 4)y = xe^{-3x}.$$

4. Найти положения равновесия системы, определить их характер и начертить фазовые траектории соответствующих линеаризованных систем.

$$\begin{cases} \dot{x} = \ln(x + y), \\ \dot{y} = \sqrt{2x^2 + 2y} - 5 - 1. \end{cases}$$

5. Найти экстремали и исследовать на экстремум функционал

$$\int_{1/4}^1 \left(\frac{11y^2}{x^2} - \frac{25yy'}{x} - 2(y')^2 - \frac{5y}{x^3} \right) dx, \quad y\left(\frac{1}{4}\right) = 0, \quad y(1) = -1.$$

6. Найти общее решение уравнения

$$x^2 \frac{\partial u}{\partial x} + y^2 \frac{\partial u}{\partial y} - z(x + y) \frac{\partial u}{\partial z} = 0$$

и решить задачу Коши: $u = \frac{z}{x}$ при $x = 3y$, $(x > 0, z > 0)$.

7. Решить задачу Коши $2y^2 y'' \cos x + 2y^2 y' \sin x + (y')^3 - 2y(y')^2 \cos x = 0$,

$$y\left(\frac{\pi}{6}\right) = 1, \quad y'\left(\frac{\pi}{6}\right) = -\sqrt{\frac{3}{2}}.$$

8. Найти общее решение, найти особые решения, начертить интегральные кривые уравнения

$$(2y - 2x)^5 + y'(y' - 6)^5 = 0.$$

9. Найти первый интеграл системы

$$\begin{cases} \dot{x} = 8xy^5 - 3x^5, \\ \dot{y} = 3x^4y + y^6. \end{cases}$$

Составитель: доцент Пыркова О.А.

ЭКЗАМЕНАЦИОННАЯ РАБОТА

Дисциплина: Дифференциальные уравнения

Год: 1999/2000

Вариант: 4

Курс: 2 Семестр: весенний

1. Найти все действительные решения уравнения

$$y^{IV} + y''' - y'' - y' = 2x + 2 \sin x.$$

2. Найти все действительные решения системы

$$\begin{cases} \dot{x} = -4x + 2y - 3z, \\ \dot{y} = -2y + z, \\ \dot{z} = x - y, \end{cases} \quad (\lambda_{1,2,3} = -2).$$

3. Решить уравнение

$$(x^3 + 2x^2)y'' + 2xy' - 2y = \frac{(x+2)^2}{x}, \quad (x > 0).$$

4. Найти положения равновесия системы, определить их характер и начертить фазовые траектории соответствующих линеаризованных систем.

$$\begin{cases} \dot{x} = -y \ln(2y^2 - 1), \\ \dot{y} = x - y - 2y^2. \end{cases}$$

5. Найти экстремали и исследовать на экстремум функционал

$$\int_1^2 \left(\frac{2yy'}{x} - \frac{7y^2}{x^2} - (y')^2 - \frac{12y}{x} \right) dx, \quad y(1) = 3, \quad y(2) = -1.$$

6. Найти общее решение уравнения

$$3z^2 \frac{\partial u}{\partial x} + y^2 e^x \frac{\partial u}{\partial y} + 2zye^x \frac{\partial u}{\partial z} = 0$$

и решить задачу Коши: $u = e^x y^4$ при $y^2 z = 1$, $(y > 0)$.

7. Решить задачу Коши

$$4yy'' + (y^2 - 9)(y')^6 + (y')^2 = 0, \quad y(0) = 1, \quad y'(0) = -\frac{1}{2}.$$

8. Найти общее решение, найти особые решения, начертить интегральные кривые уравнения

$$y'(y' - 4)^3 = (y - x)^3.$$

9. Найти первый интеграл системы

$$\begin{cases} \dot{x} = 2x + 3x^2 y, \\ \dot{y} = \dots \end{cases}$$

