

ЭКЗАМЕНАЦИОННАЯ РАБОТА

Дисциплина: Дифференциальные уравнения Год: 2002/2003

Вариант: 1 Курс: 2 Семестр: весенний

- 1.④ Найти все действительные решения уравнения

$$y''' - 3y' - 2y = 18(1 - x)e^{-x} + 100 \cos 2x.$$

- 2.④ Найти все действительные решения системы

$$\begin{cases} \dot{x} = -4x + y, \\ \dot{y} = x - 4y - 2z, \\ \dot{z} = -5x + 5y + z. \end{cases} \quad (\lambda_1 = -3, \lambda_{2,3} = -2 \pm i).$$

- 3.④ Найти все действительные решения уравнения

$$x^2 y'' + (4x + x^2)y' + 2(1 + x)y = e^x, \quad x > 0.$$

- 4.④ Найти положения равновесия системы, определить их характер и начертить фазовые траектории соответствующих линеаризованных систем.

$$\begin{cases} \dot{x} = x^2 - \frac{2}{y^2} + 1, \\ \dot{y} = \operatorname{sh}(x - y). \end{cases}$$

- 5.④ Найти экстремаль и исследовать функционал на экстремум, определив знак приращения.

$$J(y) = \int_1^2 \left(\frac{6y}{x} - x^3(y')^2 - xy^2 + 2x^2yy' \right) dx, \\ y(1) = 0, \quad y(2) = -\frac{7}{4}.$$

- 6.⑤ Решить уравнение, найти особые решения, начертить интегральные кривые

$$27(y')^3 \cdot x^2 + 3xy' - y = 0.$$

- 7.⑤ Найти все решения уравнения

$$zx \frac{\partial u}{\partial x} + z(2x - y) \frac{\partial u}{\partial y} + (x^2 + z^2 - xy) \frac{\partial u}{\partial z} = 0$$

и решить задачу Коши: $u = \frac{z^2}{x}$ при $x - y = 1$ ($x > 0$).

- 8.⑤ Решить задачу Коши

$$yy'' = (y')^2(y^2y' + 1), \quad y(0) = 1, \quad y'(0) = -3.$$

ЭКЗАМЕНАЦИОННАЯ РАБОТА

Дисциплина: Дифференциальные уравнения Год: 2002/2003

Вариант: 2 Курс: 2 Семестр: весенний

- 1.④ Найти все действительные решения уравнения

$$y''' - 3y'' + 4y' - 12y = (1 - 26x)e^{3x} + 30 \cos 3x.$$

- 2.④ Найти все действительные решения системы

$$\begin{cases} \dot{x} = -3x - z, \\ \dot{y} = -4x - 2y - 3z, \\ \dot{z} = 4x + 2y + 3z. \end{cases} \quad (\lambda_1 = 0, \lambda_{2,3} = -1).$$

- 3.④ Найти все действительные решения уравнения

$$x^2 y'' + (x^2 - 4x)y' + 2(3 - x)y = -(2x + 1)x^4, \quad x > 0.$$

- 4.④ Найти положения равновесия системы, определить их характер и начертить фазовые траектории соответствующих линеаризованных систем.

$$\begin{cases} \dot{x} = e^{2y} + e^y - 2, \\ \dot{y} = \frac{2}{3}(x^2 - x) + 3y - 4xy. \end{cases}$$

- 5.④ Найти экстремаль и исследовать функционал на экстремум, определив знак приращения.

$$J(y) = \int_1^2 (2xy^2 + 2x^2yy' + x^2(y')^2 + 12x^2y) dx, \quad y(1) = 2, \quad y(2) = 5.$$

- 6.⑤ Решить уравнение, найти особые решения, начертить интегральные кривые

$$\frac{y}{y'} - \ln y' - x = 0.$$

- 7.⑤ Найти все решения уравнения

$$(z^2 + 2y) \frac{\partial u}{\partial x} + (z^2 + 2x) \frac{\partial u}{\partial y} - z \frac{\partial u}{\partial z} = 0$$

и решить задачу Коши: $u = 3z^2x$ при $x + y = z^2$ ($x \neq y$).

- 8.⑤ Решить задачу Коши

$$y''y^2x^2 - xy^2y' - x^2(y')^2y - \frac{e^{-x}}{2}(y')^3 = 0, \quad y(2) = 1, \quad y'(2) = -2e.$$

ЭКЗАМЕНАЦИОННАЯ РАБОТА

Дисциплина: Дифференциальные уравнения Год: 2002/2003

Вариант: 3 Курс: 2 Семестр: весенний

- 1.④ Найти все действительные решения уравнения

$$y''' + 3y'' - 4y = 18(1 - x)e^{-2x} + 40 \cos 2x.$$

- 2.④ Найти все действительные решения системы

$$\begin{cases} \dot{x} = 4x - 3y + z, \\ \dot{y} = x - 2y + 3z, \\ \dot{z} = 5x - 5y + 2z. \end{cases} \quad (\lambda_1 = 2, \lambda_{2,3} = 1 \pm 2i).$$

- 3.④ Найти все действительные решения уравнения

$$xy'' + (2 + 3x)y' + 3y = -3e^{-3x}, \quad x > 0.$$

- 4.④ Найти положения равновесия системы, определить их характер и начертить фазовые траектории соответствующих линеаризованных систем.

$$\begin{cases} \dot{x} = \operatorname{arctg}(x + y), \\ \dot{y} = x^2 - \frac{y^2}{4} - \frac{1}{4y^2} - \frac{1}{2}. \end{cases}$$

- 5.④ Найти экстремаль и исследовать функционал на экстремум, определив знак приращения.

$$J(y) = \int_1^e \left(x^2(y')^2 - 10yy' + 12y^2 + (24 \ln x - 2)y \right) dx, \\ y(1) = 1, \quad y(e) = -1 + e^3.$$

- 6.⑤ Решить уравнение, найти особые решения, начертить интегральные кривые

$$2xy' + 2y - y'y^2 - \frac{2}{y'} = 0.$$

- 7.⑤ Найти все решения уравнения

$$x \frac{\partial u}{\partial x} + y^2(z + x)^2 \frac{\partial u}{\partial y} - (2x + z) \frac{\partial u}{\partial z} = 0$$

и решить задачу Коши: $u = z(x - z)$ при $xyz = 1$.

- 8.⑤ Решить задачу Коши

$$y'y'' - (y')^3 \operatorname{ctg} y + \cos^2 y \sin^4 y = 0, \quad y(0) = \frac{\pi}{4}, \quad y'(0) = \frac{1}{2}.$$

ЭКЗАМЕНАЦИОННАЯ РАБОТА

Дисциплина: Дифференциальные уравнения Год: 2002/2003

Вариант: 4 Курс: 2 Семестр: весенний

- 1.④ Найти все действительные решения уравнения

$$y''' + y'' + 16y' + 16y = (34x - 4)e^{-x} + 30 \sin x.$$

- 2.④ Найти все действительные решения системы

$$\begin{cases} \dot{x} = -x + 2y - z, \\ \dot{y} = -x - 3y + z, \\ \dot{z} = y - 2z. \end{cases} \quad (\lambda_{1,2,3} = -2).$$

- 3.④ Найти все действительные решения уравнения

$$xy'' + 2(1+x)y' + (2+x)y = 4e^{-x}, \quad x > 0.$$

- 4.④ Найти положения равновесия системы, определить их характер и начертить фазовые траектории соответствующих линеаризованных систем.

$$\begin{cases} \dot{x} = 6x + 2(y^2 - y) - 4xy, \\ \dot{y} = e^{2x} + 2e^x - 3. \end{cases}$$

- 5.④ Найти экстремаль и исследовать функционал на экстремум, определив знак приращения.

$$J(y) = \int_1^2 (2yy' - x^2(y')^2 + 12x^2y) dx, \quad y(1) = 3, \quad y(2) = 0.$$

- 6.⑤ Решить уравнение, найти особые решения, начертить интегральные кривые

$$xy' + \ln x - \ln y' - 2y = 0.$$

- 7.⑤ Найти все решения уравнения

$$(z + y^2) \frac{\partial u}{\partial x} + (z + x^2) \frac{\partial u}{\partial y} - 2z(x + y) \frac{\partial u}{\partial z} = 0$$

и решить задачу Коши: $u = (x - y)z$ при $z + 3xy = 0$ ($x \neq y$).

- 8.⑤ Решить задачу Коши

$$yy'' - yy' - (y')^2(e^x + 1) = 0, \quad y(1) = \operatorname{sh} 1, \quad y'(1) = -1.$$
