

ЭКЗАМЕНАЦИОННАЯ РАБОТА

Дисциплина: Дифференциальные уравнения

Год: 2000/2001

Вариант: 1

Курс: 2 Семестр: весенний

1. Найти все действительные решения уравнения

$$y''' - 3y'' + 3y' - y = 6e^x + x.$$

2. Найти все действительные решения системы

$$\begin{cases} \dot{x} = 3x + y - 2z, \\ \dot{y} = 5y - 3z, \\ \dot{z} = -x + 3y, \end{cases} \quad (\lambda_1 = 2, \lambda_{2,3} = 3 \pm i).$$

3. Найти положения равновесия системы, определить их характер и начертить фазовые траектории соответствующих линеаризованных систем

$$\begin{cases} \dot{x} = \operatorname{arctg}(y - x + 1), \\ \dot{y} = \operatorname{sh}(x - y - x^2). \end{cases}$$

4. Найти экстремали и исследовать на экстремум функционал

$$\int_0^{\pi/2} \left(-(y')^2 + 4yy' - y^2 + 4y \sin^2 x \right) dx, \quad y(0) = \frac{4}{5}, \quad y\left(\frac{\pi}{2}\right) = \frac{6}{5}.$$

5. В области $x > 0$, $y > 0$, $z > 0$ найти общее решение уравнения

$$2x^2 z \frac{\partial u}{\partial x} + 2y^2 z \frac{\partial u}{\partial y} - (x + y) \frac{\partial u}{\partial z} = 0$$

и решить задачу Коши: $u = e^{z^2}$ при $x = 2y$.

6. Решить задачу Коши

$$yy' + 2x(y')^2 = xy y'', \quad y(1) = 1, \quad y'(1) = -1.$$

7. Решить уравнение, найти особые решения и начертить интегральные кривые уравнения

$$(y')^2 - y + \frac{4}{x}y' = 2 \ln x - \frac{4}{x^2}.$$

8. Решить уравнение

$$(3x - 4)y'' + (17 - 15x)y' + (12x - 4)y = \frac{(3x - 4)^2}{x - 1}e^x, \quad x > \frac{4}{3}.$$

ЭКЗАМЕНАЦИОННАЯ РАБОТА

Дисциплина: Дифференциальные уравнения Год: 2000/2001

Вариант: 2 Курс: 2 Семестр: весенний

1. Найти все действительные решения уравнения

$$y''' - y'' - y' + y = x^2 + 4e^x.$$

2. Найти все действительные решения системы

$$\begin{cases} \dot{x} = 6x + y + 2z, \\ \dot{y} = 2x + 2y + z, \\ \dot{z} = -8x - 2y - 2z, \end{cases} \quad (\lambda_{1,2,3} = 2).$$

3. Найти положения равновесия системы, определить их характер и начертить фазовые траектории соответствующих линеаризованных систем

$$\begin{cases} \dot{x} = e^{x-y-1} - 1, \\ \dot{y} = \ln(x^2 + y). \end{cases}$$

4. Найти экстремали и исследовать на экстремум функционал

$$\int_0^{\pi/2} (yy' - (y')^2 - y^2 - 4y' \cos^2 x) dx, \quad y(0) = 0, \quad y\left(\frac{\pi}{2}\right) = 0.$$

5. В области $x > 0$ найти общее решение уравнения

$$x \frac{\partial u}{\partial x} - x^2 \frac{\partial u}{\partial y} + (x^2 - y - z) \frac{\partial u}{\partial z} = 0$$

и решить задачу Коши: $u = (2 - z)x$ при $x = y$.

6. Решить задачу Коши

$$3yy'' - 3(y')^2 = 4y(y')^5, \quad y(0) = 1, \quad y'(0) = -1.$$

7. Решить уравнение, найти особые решения и начертить интегральные кривые уравнения

$$4y - 4y' + (y')^2 + 12 = 8x.$$

8. Решить уравнение

$$x(x^2 + 1)y'' - (x^2 + 5)y' + \frac{8}{x}y = \frac{2x^4}{x^2 + 1}, \quad x > 0.$$

ЭКЗАМЕНАЦИОННАЯ РАБОТА

Дисциплина: Дифференциальные уравнения Год: 2000/2001

Вариант: 3 Курс: 2 Семестр: весенний

1. Найти все действительные решения уравнения

$$y''' + 5y'' + 9y' + 5y = 2e^{-x} + 5x + 4.$$

2. Найти все действительные решения системы

$$\begin{cases} \dot{x} = 4x - 5y + 5z, \\ \dot{y} = 3x - 2y + 5z, \\ \dot{z} = -x + 2y - z, \end{cases} \quad (\lambda_1 = -1, \lambda_{2,3} = 1 \pm i).$$

3. Найти положения равновесия системы, определить их характер и начертить фазовые траектории соответствующих линеаризованных систем

$$\begin{cases} \dot{x} = \arctg(2 + y - y^2), \\ \dot{y} = 1 - e^{y^2 - x}. \end{cases}$$

4. Найти экстремали и исследовать на экстремум функционал

$$\int_0^{\pi/2} \left((y')^2 - yy' + y^2 + 4y \cos^2 x \right) dx, \quad y(0) = -\frac{6}{5}, \quad y\left(\frac{\pi}{2}\right) = -\frac{4}{5}.$$

5. В области $x > 0$ найти общее решение уравнения

$$y \frac{\partial u}{\partial x} + x \frac{\partial u}{\partial y} + z(x + y) \frac{\partial u}{\partial z} = 0$$

и решить задачу Коши: $u = 3y^2 z e^{-3y}$ при $x = 2y$.

6. Решить задачу Коши

$$yy' - xyu'' + x(y')^2 = 2x(y')^2 \ln x, \quad y(1) = 1, \quad y'(1) = -2.$$

7. Решить уравнение, найти особые решения и начертить интегральные кривые уравнения

$$(y')^2 - y + 2e^{-x}y' + e^{-2x} + e^{-x} = 0.$$

8. Решить уравнение

$$(2x + 3)y'' + (8x + 10)y' + (6x + 3)y = \frac{(2x + 3)^2}{x + 1} e^{-x}, \quad x > -1.$$

ЭКЗАМЕНАЦИОННАЯ РАБОТА

Дисциплина: Дифференциальные уравнения Год: 2000/2001

Вариант: 4 Курс: 2 Семестр: весенний

1. Найти все действительные решения уравнения

$$y''' + 3y'' + y' - 5y = 10e^x - 5x.$$

2. Найти все действительные решения системы

$$\begin{cases} \dot{x} = 7x + y + 2z, \\ \dot{y} = 2x + 3y + z, \\ \dot{z} = -8x - 2y - z, \end{cases} \quad (\lambda_{1,2,3} = 3).$$

3. Найти положения равновесия системы, определить их характер и начертить фазовые траектории соответствующих линеаризованных систем

$$\begin{cases} \dot{x} = \arcsin(xy), \\ \dot{y} = e^{x+2y-3} - 1. \end{cases}$$

4. Найти экстремали и исследовать на экстремум функционал

$$\int_0^{\pi/2} \left((y')^2 - 4yy' + y^2 - 2y' \sin^2 x \right) dx, \quad y(0) = 0, \quad y\left(\frac{\pi}{2}\right) = 0.$$

5. В области $x > 0$, $z > 0$ найти общее решение уравнения

$$yz \frac{\partial u}{\partial x} + xz \frac{\partial u}{\partial y} + (x - y) \frac{\partial u}{\partial z} = 0$$

и решить задачу Коши: $u = z^2 - 3x^2 - 2x$ при $y = 2x$.

6. Решить задачу Коши

$$y''(y - 1)^2 + (y')^2(y - 1) = (y')^3, \quad y(0) = 2, \quad y'(0) = 2.$$

7. Решить уравнение, найти особые решения и начертить интегральные кривые уравнения

$$5x^3 y' - 10x^2 y + (y')^2 = 0.$$

8. Решить уравнение

$$x(1 - x^2)y'' + (2x^2 - 5)y' + \left(\frac{8}{x} - 2x\right)y = \frac{x^4}{\sqrt{1 - x^2}}, \quad 0 < x < 1.$$
