

ЭКЗАМЕНАЦИОННАЯ РАБОТА

Дисциплина Уравнения математической физики

Курс 3 Семестр 6 2003/2004 уч.г.

Фамилия студента _____ № группы _____

Сумма баллов		Оценка	
Фамилия проверяющего		Фамилия экзаменатора	

Решить задачи:

1.⑤
$$yu_{xx} + (x + y)u_{xy} + xu_{yy} + u_x + u_y = 0, \quad y > |x|,$$

$$u|_{x=1} = 1, \quad u_x|_{x=1} = 1 - \frac{1}{y}, \quad y > 1.$$

2.④
$$16u_{tt} = u_{xx} + 24e^{2x-t}, \quad x > 0, \quad t > 0,$$

$$u|_{t=0} = 4x, \quad u_t|_{t=0} = 2e^{2x} - 1, \quad x \geq 0,$$

$$u_x|_{x=0} = 4e^{-t} + 8t, \quad t \geq 0.$$

3.⑨
$$u_{tt} = 6u_{xx} + 15u - 15xt + 9x^2(\pi - x) \sin 9t, \quad x \in (0, \pi), \quad t > 0,$$

$$u|_{t=0} = 2 \sin x, \quad u_t|_{t=0} = x - 3 \sin x, \quad 0 \leq x \leq \pi,$$

$$u|_{x=0} = 0, \quad u|_{x=\pi} = \pi t, \quad t \geq 0.$$

4.③
$$\Delta u = 20r^2 \sin 6\varphi, \quad r < 1, \quad r = \sqrt{x^2 + y^2},$$

$$(3u + u_r)|_{r=1} = 11 \sin 6\varphi - 5 \cos 7\varphi + 3.$$

5.④
$$u_t = 5\Delta u + \frac{\operatorname{ch}(4y - 3z) \cos 5x}{(t + 3)^2}, \quad (x, y, z) \in \mathbb{R}^3, \quad t > 0,$$

$$u|_{t=0} = y \operatorname{ch}(4y - 3z) \cos 5x.$$

6.⑤
$$\Delta u = \frac{3}{r^5}, \quad \frac{1}{2} < r < 1, \quad r = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2},$$

$$u|_{r=1/2} = 2 \cos^2 \varphi - \cos 2\theta \cos 2\varphi, \quad u_r|_{r=1} = \sin 2\theta \sin \varphi.$$

7.⑤ Найти характеристические числа, собственные функции интегрального оператора и решить при всех допустимых значениях λ уравнение

$$\varphi(x) = \lambda \int_0^1 (24x^3 y^2 - 14x + 3)\varphi(y) dy - 12x^3 + 1, \quad 0 \leq x \leq 1.$$

ЭКЗАМЕНАЦИОННАЯ РАБОТА

Дисциплина Уравнения математической физики

Курс 3 Семестр 6 2003/2004 уч.г.

Фамилия студента _____ № группы _____

Сумма баллов		Оценка	
Фамилия проверяющего		Фамилия экзаменатора	

Решить задачи:

1.⑤ $xu_{xx} + 2(x+1)u_{xy} + (x+2)u_{yy} + u_x + u_y = 0, \quad x > 0, \quad y < 0,$
 $u|_{y=0} = -x, \quad u_y|_{y=0} = 1 - \frac{2}{x}, \quad x > 0.$

2.④ $u_{tt} = 9u_{xx} + 90 \cos(2x + 9t), \quad x > 0, \quad t > 0,$
 $u|_{t=0} = 8 \cos 3x - 5 \cos 2x, \quad u_t|_{t=0} = 0, \quad x \geq 0,$
 $u_x|_{x=0} = 18t - 2 \sin 9t, \quad t \geq 0.$

3.⑨ $u_{tt} + 6u_t = 2u_{xx} - 5xe^{-t} + (2x - \pi)^2 e^{-4t}, \quad x \in \left(0, \frac{\pi}{2}\right), \quad t > 0,$
 $u|_{t=0} = x, \quad u_t|_{t=0} = -x, \quad 0 \leq x \leq \frac{\pi}{2},$
 $u_x|_{x=0} = e^{-t}, \quad u_x|_{x=\pi/2} = e^{-t}, \quad t \geq 0.$

4.③ $\Delta u = \frac{3}{r^4} \cos \varphi, \quad r > 1, \quad r = \sqrt{x^2 + y^2},$
 $(4u - u_r)|_{r=1} = \cos \varphi + 24 \sin 4\varphi, \quad |u(\infty)| < \infty.$

5.④ $2u_t = 3\Delta u + \sqrt{t+9} e^{-y} \cos z, \quad (x,y,z) \in \mathbb{R}^3, \quad t > 0,$
 $u|_{t=0} = (2x + y + z)e^{-y} \cos z.$

6.⑤ $\Delta u = 6r^3, \quad 1 < r < 2, \quad r = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2},$
 $u|_{r=1} = (\cos 2\theta - 1) \sin^2 \varphi + \sin^2 \theta, \quad u_r|_{r=2} = 15 + \sin \theta \cos \varphi.$

7.⑤ Найти характеристические числа, собственные функции интегрального оператора и решить при всех допустимых значениях λ уравнение

$$\varphi(x) = \lambda \int_{-1}^1 (15x^3 - 3x^2y + 4)\varphi(y) dy + 9x + 1, \quad -1 \leq x \leq 1.$$

ЭКЗАМЕНАЦИОННАЯ РАБОТА

Дисциплина Уравнения математической физики

Курс 3 Семестр 6 2003/2004 уч.г.

Фамилия студента _____ № группы _____

Сумма баллов		Оценка	
Фамилия проверяющего		Фамилия экзаменатора	

Решить задачи:

1.⑤
$$u_{xx} - 2(x+1)u_{xy} + 4xu_{yy} + \frac{2u_y - u_x}{x-1} = 0, \quad x > 1, \quad y > 0,$$

$$u|_{y=1} = -1, \quad u_y|_{y=1} = \frac{1}{x} - 1, \quad x > 1.$$

2.④
$$9u_{tt} = u_{xx} + 54e^{3x-2t}, \quad x > 0, \quad t > 0,$$

$$u|_{t=0} = 6x, \quad u_t|_{t=0} = -2, \quad x \geq 0,$$

$$u_x|_{x=0} = 6e^{-2t} + 12t, \quad t \geq 0.$$

3.⑨
$$2u_{tt} = 20u_{xx} + 13u - 5e^{-2t} + x(x^2 - 4\pi^2) \sin 4t, \quad x \in (0, 2\pi), \quad t > 0,$$

$$u|_{t=0} = 3 \sin \frac{x}{2} + 1, \quad u_t|_{t=0} = -2, \quad 0 \leq x \leq 2\pi,$$

$$u|_{x=0} = e^{-2t}, \quad u|_{x=2\pi} = e^{-2t}, \quad t \geq 0.$$

4.③
$$\Delta u = r^3 \sin 3\varphi, \quad r < 1, \quad r = \sqrt{x^2 + y^2},$$

$$(u + 3u_r)|_{r=1} = 11 \sin 3\varphi + 5 \cos 8\varphi - 3.$$

5.④
$$u_t = 3\Delta u + \frac{\cos(3x - 4y) \operatorname{sh} 5z}{t + 2}, \quad (x, y, z) \in \mathbb{R}^3, \quad t > 0,$$

$$u|_{t=0} = x \cos(3x - 4y) \operatorname{sh} 5z.$$

6.⑤
$$\Delta u = \frac{6}{r}, \quad \frac{1}{3} < r < 1, \quad r = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2},$$

$$u|_{r=1/3} = \cos^2 \theta \cos 2\varphi + 2 \sin^2 \varphi, \quad u|_{r=1} = 1 + \cos \theta.$$

7.⑤ Найти характеристические числа, собственные функции интегрального оператора и решить при всех допустимых значениях λ уравнение

$$\varphi(x) = \lambda \int_0^1 (3x^2 - 6xy + 1)\varphi(y) dy + 4x - 1, \quad 0 \leq x \leq 1.$$

ЭКЗАМЕНАЦИОННАЯ РАБОТА

Дисциплина Уравнения математической физики

Курс 3 Семестр 6 2003/2004 уч.г.

Фамилия студента _____ № группы _____

Сумма баллов		Оценка	
Фамилия проверяющего		Фамилия экзаменатора	

Решить задачи:

1.⑤ $xu_{xx} - (2x + 1)u_{xy} + (x + 1)u_{yy} + u_x - u_y = 0, \quad x > 0, \quad y > 1,$
 $u|_{y=1} = x + 1, \quad u_y|_{y=1} = 1 - \frac{1}{x}, \quad x > 0.$

2.④ $u_{tt} = 4u_{xx} + 60 \cos(3x + 4t), \quad x > 0, \quad t > 0,$
 $u|_{t=0} = 5 \cos 3x + 2 \cos 2x, \quad u_t|_{t=0} = 0, \quad x \geq 0,$
 $u_x|_{x=0} = 4t - \sin 4t, \quad t \geq 0.$

3.⑨ $u_{tt} + 10u_t = u_{xx} + 20x^2 - 4t + 12x(\pi - 2x)e^{-8t}, \quad x \in \left(0, \frac{\pi}{4}\right), \quad t > 0,$
 $u|_{t=0} = 0, \quad u_t|_{t=0} = 2x^2, \quad 0 \leq x \leq \frac{\pi}{4},$
 $u_x|_{x=0} = 0, \quad u_x|_{x=\pi/4} = \pi t, \quad t \geq 0.$

4.③ $\Delta u = \frac{1}{r^3} \cos 2\varphi, \quad r > 1, \quad r = \sqrt{x^2 + y^2},$
 $(2u - u_r)|_{r=1} = 3 \cos 2\varphi + 11 \sin 9\varphi, \quad |u(\infty)| < \infty.$

5.④ $2u_t = 7\Delta u + \frac{\sin x \operatorname{ch} z}{\sqrt{t+4}}, \quad (x, y, z) \in \mathbb{R}^3, \quad t > 0,$
 $u|_{t=0} = (x - 2y + z) \sin x \operatorname{ch} z.$

6.⑤ $\Delta u = 12r, \quad 1 < r < 3, \quad r = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2},$
 $u|_{r=1} = 0, \quad u|_{r=3} = \cos 2\theta \sin 2\varphi + (\sin \theta - 2 \cos \varphi) \sin \varphi.$

7.⑤ Найти характеристические числа, собственные функции интегрального оператора и решить при всех допустимых значениях λ уравнение

$$\varphi(x) = \lambda \int_{-1}^1 (x^3 + 3xy + 10y)\varphi(y) dy + 3x + 5, \quad -1 \leq x \leq 1.$$
