

ЭКЗАМЕНАЦИОННАЯ РАБОТА
Дифференциальные уравнения
II курс, IV семестр, 2011–2012 уч.г.

Фамилия студента _____ Номер группы _____

Сумма баллов	базовый	повышенный
Фамилия проверяющего		

Оценка	базовый	повышенный
Фамилия экзаменатора		

1. ③ Найдите все действительные решения уравнения

$$y''' - 2y'' + 2y' = 5 \cos x + 2x.$$

2. ④ Найдите все действительные решения системы

$$\begin{cases} \dot{x} = x - y + \sin 2t, \\ \dot{y} = x + 3y - 3 \sin 2t + 2 \cos 2t. \end{cases}$$

3. ④ Найдите общее решение уравнения

$$x(3x + 1)y'' - (9x^2 - 2)y' - 3(3x + 2)y = -2(3x + 1)^2.$$

4. ④ Решите задачу Коши

$$yy'' + (y')^2 + 2(yy')^3 = 0, \quad y(0) = y'(0) = 1.$$

5. ⑤ Решите уравнение, найдите особые решения и изобразите интегральные кривые на координатной плоскости.

$$2xy'^2 - 4yy' + y = 0.$$

6. ④ Исследуйте на экстремум функционал

$$\int_0^1 (4xyy' - (y')^2 - 4y^2 + (12x^2 - 4)y) dx, \quad y(0) = 0, \quad y(1) = 1.$$

7. ③ Найдите положения равновесия системы. Определите характер найденных положений равновесия и изобразите фазовые траектории соответствующих линеаризованных систем в их окрестности.

$$\begin{cases} \dot{x} = 2 \operatorname{arctg} y, \\ \dot{y} = \sqrt{1 - 2x + 6y} - 1. \end{cases}$$

8. ⑤ Найдите общее решение уравнения и решите задачу Коши.

$$xy \frac{\partial u}{\partial x} + (y^2 - 2z^3) \frac{\partial u}{\partial y} - 2zy \frac{\partial u}{\partial z} = 0, \quad x > 0, \quad y > 0, \quad z > 0; \quad u|_{y=x} = \frac{z^3}{x^2}.$$

Повышенный уровень:

9. ⑤ Пусть $y(x, \alpha)$ – решение задачи Коши

$$y' = \alpha(1 - x) + y - y^2, \quad y(0) = 0.$$

Найдите $\left. \frac{\partial y}{\partial \alpha} \right|_{\alpha=0}$ и $\left. \frac{\partial^2 y}{\partial \alpha^2} \right|_{\alpha=0}$.

ЭКЗАМЕНАЦИОННАЯ РАБОТА
Дифференциальные уравнения
II курс, IV семестр, 2011–2012 уч.г.

Фамилия студента _____ Номер группы _____

Сумма баллов	базовый	повышенный
Фамилия проверяющего		

Оценка	базовый	повышенный
Фамилия экзаменатора		

1. ③ Найдите все действительные решения уравнения

$$y^{IV} - 4y''' + 5y'' = 6(1 + 5x) + e^{2x}.$$

2. ④ Найдите все действительные решения системы

$$\begin{cases} \dot{x} = 2x + y - 2 \cos 3t - 3 \sin 3t, \\ \dot{y} = -x + 4y + \cos 3t. \end{cases}$$

3. ④ Найдите общее решение уравнения

$$x(x+1)y'' - (2x^2 - 3)y' - 2(2x+3)y = -6(x+1)^2$$

4. ④ Решите задачу Коши

$$x(y''y - (y')^2) = yy' \ln \frac{y'}{xy}, \quad y(1) = 1, \quad y'(1) = e.$$

5. ⑤ Решите уравнение, найдите особые решения и изобразите интегральные кривые на координатной плоскости.

$$(y - xy')^2 = y' + 1.$$

6. ④ Исследуйте на экстремум функционал

$$\int_1^2 \left((y')^2 + 2yy' \sin x + \left(\cos x + \frac{20}{x^2} \right) y^2 + 20x^4 y \right) dx, \quad y(1) = -1, \quad y(2) = 0.$$

7. ③ Найдите положения равновесия системы. Определите характер найденных положений равновесия и изобразите фазовые траектории соответствующих линеаризованных систем в их окрестности.

$$\begin{cases} \dot{x} = \operatorname{sh}(x - 2y), \\ \dot{y} = 1 - e^x. \end{cases}$$

8. ⑤ Найдите общее решение уравнения и решите задачу Коши.

$$x \frac{\partial u}{\partial x} + (2ze^z + y) \frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial u}{\partial z} = 0, \quad y > x, \quad z > 0; \quad u|_{y=x} = z^4.$$

Повышенный уровень:

9. ⑤ Пусть $y(x, \alpha, \beta)$ – решение задачи Коши

$$y'' = y + 3 \sin y, \quad y(0) = \alpha, \quad y'(0) = \beta.$$

Найдите $\frac{\partial y}{\partial \alpha} \Big|_{\alpha=0, \beta=0}$ и $\frac{\partial y}{\partial \beta} \Big|_{\alpha=0, \beta=0}$.

ЭКЗАМЕНАЦИОННАЯ РАБОТА
Дифференциальные уравнения
II курс, IV семестр, 2011–2012 уч.г.

Фамилия студента _____ Номер группы _____

Сумма баллов	базовый	повышенный	Оценка	базовый	повышенный
Фамилия проверяющего			Фамилия экзаменатора		

1. ③ Найдите все действительные решения уравнения

$$y''' - y'' + y' - y = 2 \cos x.$$

2. ④ Найдите все действительные решения системы

$$\begin{cases} \dot{x} = 3x - y - 3 \cos 2t - 2 \sin 2t, \\ \dot{y} = x + y - \cos 2t. \end{cases}$$

3. ④ Найдите общее решение уравнения

$$x(2x - 3)y'' + 4(x^2 - 3)y' + 12(x - 2)y = 4(2x - 3)^2$$

4. ④ Решите задачу Коши

$$yy'' + 4(y')^2 = 6y(y')^{\frac{3}{2}}, \quad y(2) = y'(2) = 1.$$

5. ⑤ Решите уравнение, найдите особые решения и изобразите интегральные кривые на координатной плоскости.

$$4y^3 y'^2 - 4xy' + y = 0.$$

6. ④ Исследуйте на экстремум функционал

$$\int_1^4 \left(\frac{2yy'}{x} - (y')^2 - \frac{3y^2}{x^2} - \frac{y}{x} \right) dx, \quad y(1) = y(4) = 4.$$

7. ③ Найдите положения равновесия системы. Определите характер найденных положений равновесия и изобразите фазовые траектории соответствующих линеаризованных систем в их окрестности.

$$\begin{cases} \dot{x} = \frac{1}{1 + 2y} - 1, \\ \dot{y} = \operatorname{sh} x - 3 \sin y. \end{cases}$$

8. ⑤ Найдите общее решение уравнения и решите задачу Коши.

$$xz^2 \frac{\partial u}{\partial x} + 2y(y - z^2) \frac{\partial u}{\partial y} - z^3 \frac{\partial u}{\partial z} = 0, \quad z < 0; \quad u|_{y=z} = x^2 e^z.$$

Повышенный уровень:

9. ⑤ Пусть $y(x, \alpha)$ – решение задачи Коши

$$y' = y + \sin y, \quad y(0) = \alpha.$$

Найдите $\left. \frac{\partial y}{\partial \alpha} \right|_{\alpha=0}$ и $\left. \frac{\partial^2 y}{\partial \alpha^2} \right|_{\alpha=0}$.

ЭКЗАМЕНАЦИОННАЯ РАБОТА
Дифференциальные уравнения
II курс, IV семестр, 2011–2012 уч.г.

Фамилия студента _____ Номер группы _____

Сумма баллов	базовый	повышенный
Фамилия проверяющего		

Оценка	базовый	повышенный
Фамилия экзаменатора		

1. ③ Найдите все действительные решения уравнения

$$y^V + 8y''' + 16y' = 64e^{2x} + 8(1 + 2x).$$

2. ④ Найдите все действительные решения системы

$$\begin{cases} \dot{x} = 4x + y - \sin 3t, \\ \dot{y} = -x + 2y - 2 \sin 3t + 3 \cos 3t. \end{cases}$$

3. ④ Найдите общее решение уравнения

$$x(x-4)y'' + (x^2 - 20)y' + 4(x-5)y = 5(x-4)^2$$

4. ④ Решите задачу Коши

$$x(y''y - (y')^2) = y^2x - 4xy^2e^{-\frac{y'}{xy}} + yy', \quad y(1) = 2, \quad y'(1) = 4 \ln 2.$$

5. ⑤ Решите уравнение, найдите особые решения и изобразите интегральные кривые на координатной плоскости.

$$(y + xy')^2 = x^2y'.$$

6. ④ Исследуйте на экстремум функционал

$$\int_1^2 \left((y')^2 + \frac{4yy'}{x} + \frac{4y^2}{x^2} - 8y \right) dx, \quad y(1) = 2, \quad y(2) = 4\frac{1}{4}.$$

7. ③ Найдите положения равновесия системы. Определите характер найденных положений равновесия и изобразите фазовые траектории соответствующих линеаризованных систем в их окрестности.

$$\begin{cases} \dot{x} = \ln(1 + 2y), \\ \dot{y} = \arcsin(x - y). \end{cases}$$

8. ⑤ Найдите общее решение уравнения и решите задачу Коши.

$$x^2 \frac{\partial u}{\partial x} + (2z - e^y) \frac{\partial u}{\partial y} + z^2 \frac{\partial u}{\partial z} = 0, \quad z > 0; \quad u|_{y=\ln x} = \frac{(z-x)^2}{x^2}.$$

Повышенный уровень:

9. ⑤ Пусть $y(x, \alpha, \beta)$ – решение задачи Коши

$$y'' = \alpha y - y^2, \quad y(0) = 1, \quad y'(0) = \beta.$$

Найдите $\frac{\partial y}{\partial \alpha} \Big|_{\alpha=1, \beta=0}$ и $\frac{\partial y}{\partial \beta} \Big|_{\alpha=1, \beta=0}$.
