

# ЭКЗАМЕНАЦИОННАЯ РАБОТА

Дисциплина Дифференциальные уравнения

Курс 2

Семестр 4

2005/2006 уч.г.

Фамилия студента \_\_\_\_\_ № группы \_\_\_\_\_

Сумма баллов	
Фамилия проверяющего	

Оценка	
Фамилия экзаменатора	

- 1.④ Найти все действительные решения уравнения

$$y'' + 2y' - 3y = 2e^x \sin^2 x.$$

- 2.④ Найти все действительные решения системы уравнений

$$\begin{cases} \dot{x} = 3x + y + z, \\ \dot{y} = x + 3y + z, \\ \dot{z} = 2x - 2y + 4z, \end{cases} \quad \lambda_1 = 2, \quad \lambda_{2,3} = 4.$$

- 3.④ Найти положения равновесия системы, определить их характер и нарисовать фазовые траектории линеаризованных систем:

$$\begin{cases} \dot{x} = -\frac{5}{4} \operatorname{arctg}(y^2 - 1), \\ \dot{y} = e^{x^2 + 2xy + 3y} - 1. \end{cases}$$

- 4.④ Исследовать на экстремум функционал

$$\int_1^2 [3y^2 + 30xyy' - x^2y'^2 + 20xy] dx, \quad y(1) = -1, \quad y(2) = -14.$$

- 5.⑤ Решить задачу Коши

$$xyy'' + 2x^3y'^2 - yy' = 0, \quad y(1) = y'(1) = 1.$$

- 6.④ Найти общее решение уравнения и решить задачу Коши

$$\frac{x}{3} \frac{\partial u}{\partial x} + (x + z \cos z) \frac{\partial u}{\partial y} + z \frac{\partial u}{\partial z} = 0, \quad u = 3 - y \quad \text{при} \quad x = 1.$$

- 7.⑤ Решить уравнение

$$y'' x^2 \sin x - x(2 \sin x + x \cos x)y' + (2 \sin x + x \cos x)y = -x^4 \sin^2 x, \quad 0 < x < \pi.$$

- 8.⑤ Решить уравнение

$$xy'^3 - yy'^2 + 1 = 0.$$

Исследовать особые решения и нарисовать интегральные кривые.

- 9.⑦ Доказать, что существует решение уравнения  $y'' \operatorname{sh} x + y = 0$ , не ограниченное на интервале  $(1, +\infty)$ .

# ЭКЗАМЕНАЦИОННАЯ РАБОТА

Дисциплина Дифференциальные уравнения

Курс 2

Семестр 4

2005/2006 уч.г.

Фамилия студента \_\_\_\_\_ № группы \_\_\_\_\_

Сумма баллов	
Фамилия проверяющего	

Оценка	
Фамилия экзаменатора	

- 1.④ Найти все действительные решения уравнения

$$y''' - 2y'' + y' = 6xe^x + 4 \operatorname{sh} x.$$

- 2.④ Найти все действительные решения системы уравнений

$$\begin{cases} \dot{x} = 3x - 3y - 6z, \\ \dot{y} = y + 4z, \\ \dot{z} = -y - 3z, \end{cases} \quad \lambda_1 = 3, \quad \lambda_{2,3} = -1.$$

- 3.④ Найти положения равновесия системы, определить их характер и нарисовать фазовые траектории линеаризованных систем:

$$\begin{cases} \dot{x} = 3x - 2x^2 + y - 1, \\ \dot{y} = (1 - x) \ln(1 - 4x + 2x^2). \end{cases}$$

- 4.④ Исследовать на экстремум функционал

$$\int_1^2 [x^3 y'^2 - 4x^2 y y' - x y^2 - 6xy] dx, \quad y(1) = 4, \quad y(2) = 7.$$

- 5.⑤ Решить задачу Коши

$$y'' + y'^2 \operatorname{tg} y - y'^4 \sin 2y = 0, \quad y(0) = \frac{\pi}{6}, \quad y'(0) = -\frac{2}{\sqrt{3}}.$$

- 6.④ Найти общее решение уравнения и решить задачу Коши

$$(3y^2 + 2ze^{-y}) \frac{\partial u}{\partial x} + 2z \frac{\partial u}{\partial y} + 3y^2 \frac{\partial u}{\partial z} = 0, \quad u = x + 1 \quad \text{при} \quad y = 0, \quad z > 0.$$

- 7.⑤ Решить уравнение

$$y'' \sin x - (\cos x + \sin x)y' + y \cos x = -2e^x \sin^2 x, \quad 0 < x < \pi.$$

- 8.⑤ Решить уравнение

$$\ln y' - xy' + y = 0.$$

Исследовать особые решения и нарисовать интегральные кривые.

- 9.⑦ Доказать, что существует решение уравнения  $x^3 y'' + y = 0$ , не ограниченное на интервале  $(1, +\infty)$ .

# ЭКЗАМЕНАЦИОННАЯ РАБОТА

Дисциплина Дифференциальные уравнения

Курс 2

Семестр 4

2005/2006 уч.г.

Фамилия студента \_\_\_\_\_ № группы \_\_\_\_\_

Сумма баллов	
Фамилия проверяющего	

Оценка	
Фамилия экзаменатора	

- 1.④ Найти все действительные решения уравнения

$$y'' - y' - 2y = 10e^{2x} \cos^2 \frac{x}{2}.$$

- 2.④ Найти все действительные решения системы уравнений

$$\begin{cases} \dot{x} = 2x + y - z, \\ \dot{y} = x + 3y - z, \\ \dot{z} = x + 2y, \end{cases} \quad \lambda_1 = 1, \quad \lambda_{2,3} = 2.$$

- 3.④ Найти положения равновесия системы, определить их характер и нарисовать фазовые траектории линеаризованных систем:

$$\begin{cases} \dot{x} = e^{\operatorname{sh} y} - 1, \\ \dot{y} = -3y + 4 \ln \frac{x^2 + 1}{2}. \end{cases}$$

- 4.④ Исследовать на экстремум функционал

$$\int_1^2 [y^2 + 26xyy' - x^2y'^2 + 24y] dx, \quad y(1) = 0, \quad y(2) = -7.$$

- 5.⑤ Решить задачу Коши

$$xyy'' + x^4y'^2 + 3yy' = 0, \quad y(1) = 1, \quad y'(1) = 2.$$

- 6.④ Найти общее решение уравнения и решить задачу Коши

$$\frac{x}{5} \frac{\partial u}{\partial x} + (ze^z - x) \frac{\partial u}{\partial y} - z \frac{\partial u}{\partial z} = 0, \quad u = y + 5 \quad \text{при} \quad x = 1.$$

- 7.⑤ Решить уравнение

$$y''x^2 \cos x - x(2 \cos x - x \sin x)y' + (2 \cos x - x \sin x)y = x^4 \cos^2 x, \quad 0 < x < \frac{\pi}{2}.$$

- 8.⑤ Решить уравнение

$$xy^{3/2} - yy'^{1/2} + 1 = 0, \quad x > 0.$$

Исследовать особые решения и нарисовать интегральные кривые.

- 9.⑦ Доказать, что существует решение уравнения  $y'' \operatorname{ch} x + y = 0$ , не ограниченное на интервале  $(1, +\infty)$ .

# ЭКЗАМЕНАЦИОННАЯ РАБОТА

Дисциплина Дифференциальные уравнения

Курс 2

Семестр 4

2005/2006 уч.г.

Фамилия студента \_\_\_\_\_ № группы \_\_\_\_\_

Сумма баллов		Оценка	
Фамилия проверяющего		Фамилия экзаменатора	

- 1.④ Найти все действительные решения уравнения

$$y''' + 2y'' + y' = 16 \operatorname{ch} x - 6xe^{-x}.$$

- 2.④ Найти все действительные решения системы уравнений

$$\begin{cases} \dot{x} = -3x - y, \\ \dot{y} = 4x + y, \\ \dot{z} = 2x + y - 2z, \end{cases} \quad \lambda_1 = -2, \quad \lambda_{2,3} = -1.$$

- 3.④ Найти положения равновесия системы, определить их характер и нарисовать фазовые траектории линеаризованных систем:

$$\begin{cases} \dot{x} = \operatorname{sh}(2xy - 4y - 8), \\ \dot{y} = \arcsin(4y^2 - x^2). \end{cases}$$

- 4.④ Исследовать на экстремум функционал

$$\int_1^2 [x^3 y'^2 - x^2 y y' + 2xy^2 - 6xy] dx, \quad y(1) = 0, \quad y(2) = -1.$$

- 5.⑤ Решить задачу Коши

$$y'' - y'^2 \operatorname{th} y + y'^4 \operatorname{sh} 2y = 0, \quad y(0) = 0, \quad y'(0) = 1.$$

- 6.④ Найти общее решение уравнения и решить задачу Коши

$$y^3 \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{x}{2} \frac{\partial u}{\partial y} + (y^3 \sin x - x) \frac{\partial u}{\partial z} = 0, \quad u = z \quad \text{при} \quad y = 0, \quad x > 0.$$

- 7.⑤ Решить уравнение

$$y'' \cos x + (\cos x + \sin x)y' + y \sin x = 2e^{-x} \cos^2 x, \quad -\frac{\pi}{2} < x < \frac{\pi}{2}.$$

- 8.⑤ Решить уравнение

$$y' - \ln(xy' - y) = 0.$$

Исследовать особые решения и нарисовать интегральные кривые.

- 9.⑦ Доказать, что существует решение уравнения  $x^2 \sqrt{xy''} + y = 0$ , не ограниченное на интервале  $(1, +\infty)$ .